

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 05/06 - Quarto Scritto

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. L'equazione $ye^{1-y^3} + xe^{-x^2} = 0$ definisce un'unica funzione $y = \varphi(x)$ tale che $\varphi(0) = 0$. (Suggerimento, vale $(\varphi(x))^3 < 1/3$).

- | | | |
|---|--|------------|
| 1.A φ è monotona su \mathbf{R} | φ è crescente in un intorno di 0 | 1.B |
| 1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta | φ è dispari | 1.D |

2. Data $f: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ di classe $C^1(\mathbf{R})$, sia, per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$, $\varphi_\alpha: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ l'unica soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = \alpha \end{cases}$. Inoltre,

$$\forall \alpha < 7 \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi_\alpha(t) = 7,$$

$$\forall \alpha > 7 \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi_\alpha(t) = 7.$$

Allora:

- | | | |
|--------------------|---|------------|
| 2.A $f(7) = 0$ | Nessuna delle altre affermazioni è esatta | 2.B |
| 2.C f è limitata | f non è globalmente Lipschitziana | 2.D |

3. (Ricordare che $a^b = e^{b \ln a}$). La serie $\sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{7}{x}\right)^{\ln n}$

- | | | |
|---|--|------------|
| 3.A converge puntualmente in x se e solo se $x > 1/e$ | converge puntualmente in x se e solo se $x > 7e$ | 3.B |
| 3.C converge puntualmente in x se e solo se $x > 1$ | Nessuna delle altre affermazioni è esatta | 3.D |

4. Sia P il poligono di vertici $(0, 1)$, $(0, 5)$, $(1, 1)$ e $(5, 5)$. $\iint_P \frac{1}{x^2 + y^2} dx dy =$

- | | | |
|---|------------------------------|------------|
| 4.A $\pi \log(5/4)$ | $\log\left(5^{\pi/4}\right)$ | 4.B |
| 4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta | $\log(5\pi/4)$ | 4.D |

5. Sia $\varphi: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ di classe C^1 . Sia $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \varphi(x + 2y)$. Allora

- | | | |
|---|---|------------|
| 5.A f può avere esattamente 3 punti di massimo assoluto | Nessuna delle altre affermazioni è esatta | 5.B |
| 5.C f non ha punti di massimo assoluto | f ha un unico punto di massimo assoluto | 5.D |

6. Sia $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ una funzione continua su \mathbf{R}^2 . Siano x_n, y_n due successioni di numeri reali tali che $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = 7$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = 2$. Quale/i delle seguenti implicazioni è/sono vera/e?

1. $\lim_{(x,y) \rightarrow (7,2)} f(x, y) = 5 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n, y_n) = 5$
2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n, y_n) = 5 \Rightarrow \lim_{(x,y) \rightarrow (7,2)} f(x, y) = 5$

- 6.A Nessuna
6.C Solo la 1.

- Entrambe 6.B
Solo la 2. 6.D

7. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, sia $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ data da $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} (|x| + |y|)^\alpha & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono vera/e?

1. $\alpha > 8 \Rightarrow f$ differenziabile in $(0, 0)$
2. f continua in $(0, 0) \Rightarrow \alpha > 1$

- 7.A Nessuna
7.C Solo la 2

- Entrambe 7.B
Solo la 1 7.D

8. Sia $f_n(x) = \frac{5 + n \operatorname{sen}(5 + x^2) + n^2 x}{n^2(1 + x^2)}$.

- 8.A f_n converge uniformemente su \mathbf{R}
8.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta
8.C f_n converge uniformemente solo sui compatti di \mathbf{R}
8.D f_n converge uniformemente solo sui complementari dei compatti di \mathbf{R}

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 05/06 - Quarto Scritto

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8

Compito A: C A B B B B D A