

**Analisi Matematica 2**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 05/06 - Terzo Scritto**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Dato uno spazio metrico  $(X, d)$ , sia  $A \subseteq X$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono vera/e?

1.  $A$  aperto  $\Rightarrow \overset{\circ}{A} \cap \partial A = \emptyset$
2.  $\overset{\circ}{A} \cap \partial A = \emptyset \Rightarrow A$  chiuso

- |                |            |            |
|----------------|------------|------------|
| 1.A Solo la 2. | Nessuna    | <b>1.B</b> |
| 1.C Entrambe   | Solo la 1. | <b>1.D</b> |

2. Siano  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x > 0 \text{ e } y \in ]4x, 7x[ \setminus \{1/7\}\}$  e  $f: A \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \frac{\ln x}{\ln y}$ . Allora

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) =$$

- |   |            |            |
|---|------------|------------|
| 2.A $4/7$                                     | 1          | <b>2.B</b> |
| 2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta | Non esiste | <b>2.D</b> |

3. Sia  $f: \mathbf{R}^3 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y, z) = xyz$  e sia  $C = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z \in [-7, 7] \text{ e } x^2 + y^2 \leq 1\}$ . Determinare, se ci sono, massimo e minimo di  $f$  su  $C$ .

- |                                       |   |            |
|---------------------------------------|---|------------|
| 3.A $\max_C f = 7, \min_C f = -7$     | Nessuna delle altre affermazioni è esatta | <b>3.B</b> |
| 3.C $\max_C f = 1/7, \min_C f = -1/7$ | $\max_C f = 7/2, \min_C f = -7/2$         | <b>3.D</b> |

4. Sia  $D$  il dominio della funzione  $f(x, y) = 5 \exp \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ . Allora,  $f(D) =$

- |                    |   |            |
|--------------------|---|------------|
| 4.A $[5, +\infty[$ | Nessuna delle altre affermazioni è esatta | <b>4.B</b> |
| 4.C $[5, 5e^3]$    | $]1, 5]$                                  | <b>4.D</b> |

5. La serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} e^{-3nx}$

- |  |  |            |
|--|--|------------|
| 5.A converge uniformemente a $-\ln(1 - e^{-3x})$ su $[3, +\infty[$ | converge puntualmente a $-\ln(1 + 3x)$ su $\mathbf{R}$ | <b>5.B</b> |
| 5.C converge uniformemente a $1 - e^{-3x}$ su $[-3, 3]$            | Nessuna delle altre affermazioni è esatta              | <b>5.D</b> |

6. Sia  $\varphi_\alpha: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$  soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = 1 - \sin x \\ x(0) = \alpha \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono vera/e?

1.  $\forall \alpha \in \mathbf{Z}$ ,  $\varphi_\alpha$  è strettamente monotona
2.  $\exists \alpha \in \mathbf{R}$ :  $\varphi_\alpha$  è debolmente crescente

6.A Entrambe

Solo la 1 **6.B**

6.C Solo la 2

Nessuna **6.D**

7. L'equazione  $x - \frac{1}{y} + e^{x+y} + 1 = 0$  in un intorno di  $x = -1$  e  $y = 1$

7.A soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita

7.B definisce una funzione implicita, ma non soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita

7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

7.D definisce due funzioni implicite distinte

8. Sia  $T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \in [-1, 1] \text{ e } x \in [\sqrt{1-y^2}, 2\sqrt{1-y^2}]\}$ . Allora  $\iint_T \frac{2x}{2-y} dx dy =$

8.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

$4 - 3 \ln 3$  **8.B**

8.C  $9(3 - 4 \ln 2)$

$6(8 + 15 \ln(3/5))$  **8.D**

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8

Compito A: D B D C A A A A