Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2004/2005 – Quinto Scritto

Matricola: | | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *Sia* $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2+y^2 \leq 9 \text{ e } x \leq 0\}$. *Allora,* $\displaystyle\iint_D \frac{2x^2+2y^2-x}{2\sqrt{x^2+y^2}}\,dx\,dy =$

1.A $2 + 8\pi/3$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**

1.C $9\pi + 9/2$ — $1/2 + \pi/3$ **1.D**

2. *Data la successione di funzioni* $f_n(x) = \dfrac{1+2n}{n}\left(\dfrac{2n+1}{2n}\right)^{7n} + \dfrac{1}{n}\chi_{[n,n+1[}(x) - \left(\dfrac{1}{n}+1\right)\chi_{\left[n+\frac{1}{2},n+\frac{3}{2}\right[}(x)$

dove $\chi_{[a,b[}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in [a,b[\\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$, *si ha:*

2.A $f_n(x) \to 0$ puntualmente su $\mathbf{R}$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.B**

2.C $f_n(x) \to 1$ puntualmente su $\mathbf{R}$ — $f_n(x) \to 2e^{7/2}$ puntualmente su $\mathbf{R}$ **2.D**

3. *Il Problema di Cauchy* $\begin{cases} y' = (\ln x)/y \\ y(e) = \sqrt{3} \end{cases}$ *ha soluzione*

3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta — $y(x) = \sqrt{3-3x(1-\ln x)}$ **3.B**

3.C $y(x) = \sqrt{3-2x(1-\ln x)}$ — $y(x) = \sqrt{3+2x(1-\ln x)}$ **3.D**

4. *L'equazione* $4y^3 + 2\alpha x^2 + 3x^4 + 12y = 0$ *definisce su tutto* $\mathbf{R}$ *una funzione implicita* $y = \varphi(x)$ *se e solo se*

4.A $\alpha \in [0,3]$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.B**

4.C $\alpha \in [0,+\infty[$ — $\alpha \in [-3,+\infty[$ **4.D**

5. *La funzione* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \begin{cases} 3\dfrac{(x-2)y}{(x-2)^2+y^2} & (x,y) \neq (2,0) \\ 0 & (x,y) = (2,0) \end{cases}$ *è*

5.A continua su $\mathbf{R}^2$ e differenziabile su $\mathbf{R}^2 \setminus \{(2,0)\}$ — continua e differenziabile su $\mathbf{R}^2$ **5.B**

5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta — continua su $\mathbf{R}^2$ e derivabile su $\mathbf{R}^2 \setminus \{(2,0)\}$ **5.D**

6. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *una funzione di classe* $\mathbf{C}^1$ *tale che* $\nabla f(x,y)$ *è parallelo al vettore* $2i+3j$ *per ogni* $(x,y) \in \mathbf{R}^2$. *Allora, ristretta al vincolo* $2x^2+3y^2 = 1$, *la funzione* f *ammette*

6.A un punto di massimo ed un punto di minimo nello stesso quadrante

6.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta
6.C un punto di massimo ed un punto di minimo in quadranti diversi
6.D solo un punto di massimo e non di minimo

7. *Sia (X, d) uno spazio metrico e sia $f: X \mapsto \mathbf{R}$ una funzione continua su X. Sia $A \subseteq X$ un insieme limitato. Allora*
7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta
7.B $f(A)$ è connesso
7.C $f(A)$ è compatto
7.D $f(A)$ è aperto

8. *Sia $F: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ una funzione di classe $\mathbf{C}^{\mathbf{2}}(\mathbf{R})$ ed $f: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ la sua derivata. Sia $\varphi: I \mapsto \mathbf{R}$ l'unica soluzione (massimale) del problema di Cauchy $\begin{cases} \ddot{x} = f(x) \\ x(0) = 0 \end{cases}$. È allora necessariamente vero che:*

8.A $\frac{1}{2}\left(\dot{\varphi}(t)\right)^2 = F\left(\varphi(t)\right) - F(0)$ per ogni $t \in I$

8.B $\varphi(t) = F(0) + \int_0^t \left[f\left(\varphi(\tau)\right)\right]^2 d\tau$ per ogni $t \in I$

8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

8.D $\int_0^t \varphi(\tau)\, d\tau = F\left(\varphi(t)\right)$ per ogni $t \in I$

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Compito A:	C	D	C	B	C	C	A	A