

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2004/2005 – Secondo Scritto

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8

Risposta:

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Sia $\varphi: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ continua su \mathbf{R} . Sia $f_n(x) = \varphi(x) \chi_{[-3n, n^2]}(x)$, con $\chi_{[a, b]}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in [a, b] \\ 0 & \text{se } x \in \mathbf{R} \setminus [a, b] \end{cases}$. Allora

- 1.A Se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) = 0$, allora $f_n \rightarrow \varphi$ uniformemente
- 1.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta
- 1.C indipendentemente da φ , f_n converge a φ solo puntualmente
- 1.D indipendentemente da φ , f_n converge a φ uniformemente

2. La funzione $f(x, y) = \begin{cases} 2x^2 + 5y^2 & y \in [\min\{0, x\}, \max\{0, x\}] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

- 2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta
- 2.B è continua su \mathbf{R}^2 2.B
- 2.C è continua solo su $\mathbf{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ è continua solo su $\mathbf{R}^2 \setminus \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x = y\}$ 2.D

3. Sia $B(0, r) = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 < r\}$. Il limite $\lim_{r \rightarrow +\infty} e^{-\alpha r} \iint_{B(0, r)} e^{3\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$ esiste finito se e solo se

- 3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta $\alpha > 2$ 3.B
- 3.C $\alpha > 0$ $\alpha > 3$ 3.D

4. Siano $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$ e $f(x, y) = |xy| + \pi$. Allora

- 4.A $\min_C f = \pi - 1/2$ e $\max_C f = \pi$ $\min_C f = \pi$ e $\max_C f = \pi + 1/2$ 4.B
- 4.C $\min_C f = \pi - 1/2$ e $\max_C f = \pi + 1/2$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4.D

5. Il problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 9y = \text{sen}(3x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$ ha soluzione

- 5.A dispari e limitata Nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.B
- 5.C non pari e illimitata non dispari e illimitata 5.D

6. Siano $f, g: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ due funzioni soddisfacenti in $(1, 1)$ alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita e siano $\varphi, \psi:]0, 2[\mapsto]0, 2[$ le funzioni definite implicitamente da $f(x, y) = 0$ e $g(x, y) = 0$. Quale/i delle seguenti implicazioni è/sono vera/e?

- (1) $f(x, y) + g(x, y) = 0$ definisce implicitamente la funzione $\varphi + \psi$
- (2) $f(x, y) \cdot g(x, y) = 0$ soddisfa in $(1, 1)$ alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita

6.A Solo la seconda

Nessuna **6.B**

6.C Solo la prima

Entrambe **6.D**

7. Sia $f: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ tale che il problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ ammetta un'unica soluzione per ogni $x_0 \in \mathbf{R}$. Allora

7.A f è continua su \mathbf{R} ma può non essere Lipschitz su \mathbf{R}

7.B f è Lipschitz su \mathbf{R} ma può non essere derivabile su \mathbf{R}

7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

7.D f è derivabile su \mathbf{R}

8. Sia (X, d) uno spazio metrico non completo e sia $x: \mathbf{N} \mapsto X$ una successione di Cauchy in X . Allora

8.A $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$ non esiste

la successione x è limitata **8.B**

8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

la successione x può avere due limiti diversi **8.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2004/2005 – Secondo Scritto

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Compito A:	A	A	D	B	C	B	C	B