Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2003/2004 – Sesto Scritto

Matricola: | | | | | | |

Cognome:..Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *La funzione data da* $f(x,y) = \sqrt{(x-\pi)^2 + (y-3)^2}$ *è*

1.A uniformemente continua su $\mathbf{R}^2$, ma non Lipschitz su $\mathbf{R}^2$ — Lipschitz su $\mathbf{R}^2$, ma non differenziabile su $\mathbf{R}^2$ **1.B**

1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta — differenziabile su $\mathbf{R}^2$ **1.D**

2. *Sia* $A = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x \geq 0,\ x^2+y^2 \leq 2,\ |y| \leq x^2\right\}$. $\displaystyle\int\!\!\int_A x\,dx\,dy =$

2.A $7/6$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.B**

2.C 0 — $1/4$ **2.D**

3. *Sia* $\alpha \in [0,+\infty[$. *La serie* $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} f_n$, *dove* $f_n(x) = \dfrac{(-1)^n \cos(3nx) + \arctan\left(\sinh(\pi n^2)\right) + e^{-3nx^2} + \operatorname{sen}(\pi/\sqrt{n})}{(\pi n+3)^{\alpha-2}}$, *è tale che*

3.A $\alpha > 3 \Rightarrow$ converge totalmente — converge totalmente $\Rightarrow \alpha < 3$ **3.B**

3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta — converge totalmente $\iff \alpha = 2$ **3.D**

4. *La soluzione* $x = \varphi_\alpha(t)$ *di* $\begin{cases} \dot x = 4\sinh x + 2\arctan t \\ y(0) = \alpha \end{cases}$ *è tale che*

4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta — $\dfrac{d^2\varphi_\alpha}{dt^2}(0) = 16\cosh\alpha\sinh\alpha + 2$ **4.B**

4.C $\dfrac{d^2\varphi_\alpha}{dt^2}(0) = 2$ — $\dfrac{d^2\varphi_\alpha}{dt^2}(0) = 9\cosh\alpha\sinh\alpha + 2$ **4.D**

5. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *di classe* $\mathbf{C^2}$ *una funzione che soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita. Sia* φ *la funzione implicita,* $(y = \varphi(x))$ *tale che* $\varphi(1) = 1$, $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{\varphi(x)-1}{x-1} = 3$ *e* $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) = (x-1)\ln(3+x^2+y^2) + 2ye^x$. *Allora* $\dfrac{\partial f}{\partial x}(1,1) + \dfrac{\partial f}{\partial y}(1,1) =$

5.A 0 — $-4e$ **5.B**

5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta — $-2e$ **5.D**

6. *Sia* $f\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *una funzione tale che il problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot x = f(x) \\ x(0) = x_o \end{cases}$ *ammetta un'unica soluzione su* $\mathbf{R}$ *per ogni* $x_o \in \mathbf{R}$. *È allora certamente vero che:*

6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta | f è differenziabile su $\mathbf{R}$ **6.B**
6.C f è Lipschitz su $\mathbf{R}$ e può essere non derivabile | f è continua su $\mathbf{R}$ e può essere non Lipschitz **6.D**

7. *Siano (X,d) uno spazio metrico ed A, B sottoinsiemi non vuoti di X. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono VERA/E?*

1. *A, B compatti e $A \cap B \neq \emptyset \Rightarrow A \cap B$ compatto*
2. *A, B compatti $\Rightarrow A \cup B$ compatto*

7.A Solo la seconda | Nessuna delle due **7.B**
7.C Solo la prima | Entrambe **7.D**

8. *Siano $f, g\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ date da $f(x,y) = 7x+13y$ e $g(x,y) = \operatorname{sen}^2(7x^2+13y^2)$. La funzione f ristretta a $g(x,y) = 0$*
8.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta | ammette un unico punto di max assoluto **8.B**
8.C non ammette punti di min assoluti | ammette infiniti punti di min assoluti **8.D**

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Compito A:	B	A	A	B	B	A	D	C