Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2003/2004 – Quarto Scritto

Matricola:

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *Sia A l'ellisse centrata in $(0,0)$ con semiasse orizzontale 4 e verticale 1, intersecata con il semipiano dove $y \geq 0$.* $\displaystyle\iint_A \left(x^3y + (x/4)^2 + y^2 + xe^{x^2+y^2}\right) dx\,dy =$

1.A $\pi/4$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**

1.C π — 4π **1.D**

2. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(1+\frac{1}{n+7}\right)^{n^2}}{(n+\pi)^2} (x+7/\pi)^n$

2.A è una serie di potenze con raggio di convergenza $1/e$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.B**

2.C non è una serie di potenze — converge su $\mathbf{R}$ **2.D**

3. *Sia $f\colon A \mapsto \mathbf{R}$ data da $f(x,y) = xe^{x+y^7}$ con $A =]-2,0[\times]-1,1[$.*

3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta — f non ha nè punti di massimo nè di minimo in A **3.B**

3.C f ha un unico punto di minimo in A — f non ha punti di sella in A **3.D**

4. *Il problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = \begin{cases} 3x & \text{se } x < 1 \\ 3 & \text{se } x \geq 1 \end{cases} \\ x(0) = 1/3 \end{cases}$

4.A ammette almeno 2 soluzioni distinte — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.B**

4.C ammette un'unica soluzione strettamente positiva — ammette una soluzione monotona decrescente **4.D**

5. *Siano (X,d) uno spazio metrico, $f\colon X \mapsto X$ una funzione continua su X, $x\colon \mathbf{N} \mapsto X$ una successione di elementi di X. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono VERA/E?*

1. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} f(x_n)$ *esiste in* $X \Rightarrow \displaystyle\lim_{n\to+\infty} x_n$ *esiste in* X
2. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} x_n$ *esiste in* $X \Rightarrow \displaystyle\lim_{n\to+\infty} f(x_n)$ *esiste in* X

5.A Solo la prima — Nessuna delle due **5.B**

5.C Entrambe — Solo la seconda **5.D**

6. *Per* $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$, *si consideri la funzione* $f\colon \mathbf{R}^3 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y,z) = \begin{cases} \dfrac{\alpha x + \beta y + z^4}{5z^2 + \ln(6x^2 + 5y^2)} & \textit{se } x^2 + y^2 > 1 \\ 0 & \textit{se } x^2 + y^2 \leq 1. \end{cases}$

6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

6.B f è differenziabile in $(0,0,0)$ per un numero finito di α, β in $\mathbf{R}^2$

6.C $\forall\, \alpha, \beta \in \mathbf{R}$, f è differenziabile in $(0,0,0)$

6.D f è differenziabile in $(0,0,0)$ $\iff$ $\alpha \in \,]1, +\infty[$ e $\beta \in \mathbf{R}$

7. *Siano* $f, g\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *funzioni di classe* $\mathbf{C^1}$ *su* $\mathbf{R}^2$ *e sia* $A \equiv (x_A, y_A)$ *un punto di massimo per* f *ristretta a* $g(x,y) = 0$. *È allora necessariamente vero che:*

7.A A è di max per g ristretta a $f(x,y) = 0$

7.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

7.C A è di min per g ristretta a $f(x,y) = 0$

7.D A non è nè di max nè di min per g ristretta a $f(x,y) = 0$

8. *Sia* $\varphi\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *una soluzione dell'equazione* $\dot{x} = \cos(\operatorname{sen} x) + e^{-|x|}$. *Al variare di* $a \in \mathbf{R}$, *sia* $\varphi_a\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $\varphi_a(t) = \varphi(t + a)$. *È allora necessariamente vero che:*

8.A $\forall\, a \in \mathbf{R}$, φ_a è soluzione

8.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

8.C φ_a è soluzione $\iff$ $a = 0$

8.D $\exists a \in \mathbf{R} \setminus \{0\} \colon \varphi_a$ è soluzione ed $\exists a \in \mathbf{R} \colon \varphi_a$ non è soluzione

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Compito A:	C	A	B	C	D	C	B	A