Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2003/2004 – Terzo Scritto

Matricola: | | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *Sia f il limite puntuale della successione* $f_n(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(nx)}{e^{5x}} & \text{se } x < 0, \\ \pi x & \text{se } x \in [n, n+\pi[, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$ *Quale delle seguenti affermazioni è vera?*

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

1.B $\lim_{n\to+\infty} \int_0^{+\infty} f_n(x)\,dx$ esiste finito

1.C $\forall \alpha > 0 \quad \lim_{x\to+\infty} x^\alpha f(x) = 0$

1.D f_n converge uniformemente su $\mathbf{R}$

2. *Sia* $A = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y \in [x^2-4, 2-|x|]\}$. *Allora* $\displaystyle\iint_A \left(x^2 + 7x^3 + y^4 \operatorname{sen}(7x)\right) dx\,dy =$

2.A 7/6

2.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

2.C 7/12

2.D 56/5

3. *Sia $f\colon A \mapsto \mathbf{R}$ di classe $\mathbf{C^1}(A)$, con $A \subseteq \mathbf{R}^2$, tale che $f(x_o, y_o) = 0$, con $(x_o, y_o) \in \mathring{A}$.*

3.A $\frac{\partial f}{\partial y}(x_o, y_o) = 0 \Rightarrow$ non esiste nessuna funzione φ definita in un intorno di x_o tale che $f\left(x, \varphi(x)\right) = 0$ e $y_o = \varphi(x_o)$.

3.B $\frac{\partial f}{\partial y}(x_o, y_o) = 0 \Rightarrow$ esistono almeno due funzioni $\mathbf{C^1}$ distinte definite implicitamente da $f(x,y) = 0$ in un intorno di (x_o, y_o).

3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

3.D esiste una funzione φ definita in un intorno di x_o tale che $f\left(x, \varphi(x)\right) = 0$ e $y_o = \varphi(x_o) \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(x_o, y_o) = 0$.

4. *Dato il problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = |3x|^{0,24} \\ x(0) = 0 \end{cases}$, *quale delle seguenti affermazioni è VERA?*

4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

4.B ammette un'unica soluzione

4.C ammette infinite soluzioni

4.D non ammette soluzioni

5. *Sia $f\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}^2$ una funzione di classe $\mathbf{C^1}$ tale che* $f(1) = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \end{bmatrix}$ *e* $Df(1) = \begin{bmatrix} 0, 3 \end{bmatrix}$, *per un opportuno $\alpha \in \mathbf{R}$. Siano $g(x,y) = \frac{1}{2}\ln(x^2 - y^2)$ e $h = g \circ f$.*

5.A $\forall\, \alpha \in \mathbf{R}$, h è definita su $\mathbf{R}$.

5.B h è definita in 1 $\iff |\alpha| < 1$

5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

5.D se $\alpha \in [0,1] \Rightarrow Dh(1) = \frac{\alpha}{\alpha^2 - 1}$

6. *Dato il problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = \operatorname{sen}(x^2) \\ x(0) = x_o \end{cases}$ *, quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente VERA/E?*

1. esiste un $x_o \in \mathbf{R}$ *per cui questo problema ha più di una soluzione.*

2. esiste un $x_o \in \mathbf{R}$ *per cui questo problema ha soluzione massimale solo su un intervallo limitato.*

6.A Nessuna delle due — Solo la prima **6.B**

6.C Solo la seconda — Entrambe **6.D**

7. *Sia* $f : \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *una funzione differenziabile su* $\mathbf{R}^2$ *tale che per ogni* $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ *valga* $9\dfrac{\partial f}{\partial x}(x, y) + 2\dfrac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 4$.

È allora necessariamente vero che:

7.A $\sup f = +\infty$ e $\inf f = -\infty$ — $\sup f \in \mathbf{R}$ e $\inf f = -\infty$ **7.B**

7.C $\sup f = +\infty$ e $\inf f \in \mathbf{R}$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.D**

8. *Siano* (X, d) *uno spazio metrico,* $f : X \mapsto X$ *una funzione continua su* X*,* A *un sottoinsieme di* X *e* $B = f(A)$*. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono VERA/E?*

1. *A compatto $\Rightarrow$ B compatto*
2. *A connesso $\Rightarrow$ B connesso*

8.A Nessuna delle due — Entrambe **8.B**

8.C Solo la seconda — Solo la prima **8.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2003/2004 – Terzo Scritto

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Compito A:	C	D	C	C	B	A	A	B