Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Sesto Scritto

Matricola: | | | | | | |

Cognome: .... Nome: ....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *Sia* $Q = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq 0\,,\ x^2 + 9y^2 \leq 9\big\} \cup \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : |x| \leq 3\,,\ y \in [-2,0]\big\}$. *Allora* $\max_Q (x^2 + y^2 + \sqrt{5}) + \min_Q (x^2 + y^2 + \sqrt{5})$ *vale*

1.A $2 + 2\sqrt{5}$

1.B $13 + 2\sqrt{5}$

1.C $9 + 2\sqrt{5}$

1.D Nessuna delle altre affermazioni è esatta

2. *Sia* $D = \Big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x \in [-11,11]\ \ y \in [-11, \sqrt{|x|}]\Big\}$. *Allora* $\displaystyle\int_D (xy^3 + x^2 y + x^3 + \arctan(2x))\,dx\,dy =$

2.A $\big[(1/4) - (11/3)\big] \cdot 11^4$

2.B $\big[(11/4) - (1/3)\big] \cdot 11^4$

2.C $\big[(3 \cdot 11/4) - (2/3)\big] \cdot 11^4$

2.D Nessuna delle altre affermazioni è esatta

3. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *la funzione* $f(x,y) = \ln(1+x^2) + \operatorname{sen}^2(y) - 15$. *Allora*

3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

3.B f ha infiniti punti di minimo e un solo punto sella

3.C f ha un solo punto di minimo e infiniti punti sella

3.D f ha infiniti punti di minimo e infiniti punti sella

4. *Sia* $f_n\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f_n(x) = \begin{cases} (5n + \ln n)^{\alpha^2 - 4}\big(1 - |x-n|\big) & x \in [n-1, n+1] \\ 0 & \textit{altrimenti} \end{cases}$. *Allora*

4.A f_n converge u. su $\mathbf{R} \Leftrightarrow \alpha < -2$ o $\alpha > 2$

4.B f_n converge p. e non u. su $\mathbf{R} \Leftrightarrow \alpha < -2$ o $\alpha > 2$

4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

4.D per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$, f_n converge u. su $\mathbf{R}$

5. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = 2x - y^2$ *e sia* $g\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}^2$ *tale che* $g(1) = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $g'(1) = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$. *Detta* $h = f \circ g$, *si ha che*

5.A $h'(1)$ é una matrice 2×2

5.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

5.C $h'(1)$ é un vettore 2×1

5.D $h'(1) = 8$

6. *L'equazione integrale* $y(x) = 1 + \displaystyle\int_0^x \big[y(t) + \operatorname{sen} t\big]\,dt$ *ha soluzione*

6.A $y(x) = (3/2)e^{-x} + (1/2)(\operatorname{sen} x - \cos x)$

6.B $y(x) = (3/2)e^{x} - (1/2)(\operatorname{sen} x + \cos x)$

6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

6.D $y(x) = (3/2)e^{-x} - (1/2)(\operatorname{sen} x + \cos x)$

7. *Sia* $f\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *una funzione di classe* $\mathbf{C^1}(\mathbf{R})$ *tale che* $\left|f'(x)\right| \le 3$ *per ogni* $x \in \mathbf{R}$ *e* $f(0) = 0$. *Al variare del parametro* p, *sia* $\varphi_p\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *la soluzione del problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = f(px) \\ x(0) = 62 \end{cases}$. *È allora certamente vero che:*

7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

7.B $\lim\limits_{t \to +\infty} \lim\limits_{p \to 0} \varphi_p(t) = +\infty$

7.C $\lim\limits_{p \to 0} \lim\limits_{t \to +\infty} \varphi_p(t) = 62$

7.D $\lim\limits_{p \to 0} \sup\limits_{[-62,62]} \varphi_p = 62$

8. *Sia* (X, d) *uno spazio metrico e sia* $A \subseteq X$ *non vuoto. È allora necessariamente vero che:*

8.A $\partial A \subseteq \bar{A}$

8.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

8.C $\partial A \neq \emptyset$

8.D $\partial A \subseteq A$

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Sesto Scritto

Matricola: | | | | | | |

Cognome:..Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *Sia* $f_n\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f_n(x) = \begin{cases} (3n + \ln n)^{\alpha^2-4} \left(1 - |x-n|\right) & x \in [n-1, n+1] \\ 0 & \textit{altrimenti} \end{cases}$. *Allora*

1.A f_n converge u. su $\mathbf{R} \Leftrightarrow \alpha < -2$ o $\alpha > 2$

f_n converge p. e non u. su $\mathbf{R} \Leftrightarrow \alpha < -2$ o $\alpha > 2$ **1.B**

1.C per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$, f_n converge u. su $\mathbf{R}$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.D**

2. *Sia* $f\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *una funzione di classe* $\mathbf{C^1}(\mathbf{R})$ *tale che* $\left|f'(x)\right| \leq 3$ *per ogni* $x \in \mathbf{R}$ *e* $f(0) = 0$. *Al variare del parametro* p, *sia* $\varphi_p\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *la soluzione del problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = f(px) \\ x(0) = 35 \end{cases}$. *È allora certamente vero che:*

2.A $\lim\limits_{p \to 0} \lim\limits_{t \to +\infty} \varphi_p(t) = 35$

$\lim\limits_{p \to 0} \sup\limits_{[-35,35]} \varphi_p = 35$ **2.B**

2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

$\lim\limits_{t \to +\infty} \lim\limits_{p \to 0} \varphi_p(t) = +\infty$ **2.D**

3. *Sia* $Q = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq 0\,,\ x^2 + 9y^2 \leq 9\right\} \cup \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : |x| \leq 3\,,\ y \in [-2,0]\right\}$. *Allora* $\max\limits_Q (x^2 + y^2 + \sqrt{3}) + \min\limits_Q (x^2 + y^2 + \sqrt{3})$ *vale*

3.A $2 + 2\sqrt{3}$

$13 + 2\sqrt{3}$ **3.B**

3.C $9 + 2\sqrt{3}$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.D**

4. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = x + 2y^2$ *e sia* $g\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}^2$ *tale che* $g(1) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $g'(1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$. *Detta* $h = f \circ g$, *si ha che*

4.A $h'(1)$ é una matrice 2×2

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.B**

4.C $h'(1) = 9$

$h'(1)$ é un vettore 2×1 **4.D**

5. *L'equazione integrale* $y(x) + 1 = \displaystyle\int_0^x \left[y(t) - \operatorname{sen} t\right]\, dt$ *ha soluzione*

5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

$y(x) = -(3/2)e^x - (1/2)(\operatorname{sen} x - \cos x)$ **5.B**

5.C $y(x) = -(3/2)e^x + (1/2)(\operatorname{sen} x + \cos x)$

$y(x) = -(3/2)e^{-x} - (1/2)(\operatorname{sen} x - \cos x)$ **5.D**

6. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *la funzione* $f(x,y) = \ln(1 + |x|) + \cos^2(y) + 14$. *Allora*

6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

f ha infiniti punti di minimo e non di massimo **6.B**

6.C f ha infiniti punti di minimo e di massimo — f ha un solo punto di sella e infiniti punti di massimo **6.D**

7. *Sia (X, d) uno spazio metrico e sia $A \subseteq X$ non vuoto. È allora necessariamente vero che:*

7.A $\partial A = \bar{A}$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.B**

7.C $\partial A \subseteq \bar{A}$ — $\partial A \subseteq \mathring{A}$ **7.D**

8. *Sia* $D = \left\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \in [-5, 5] \;\; y \in [-5, \sqrt{|x|}]\right\}$. *Allora* $\int_D (xy^3 + x^2y + x^3 + \arctan(2x))\, dx\, dy =$

8.A $\left[(3 \cdot 5/4) - (2/3)\right] \cdot 5^4$ — $\left[(1/4) - (5/3)\right] \cdot 5^4$ **8.B**

8.C $\left[(5/4) - (1/3)\right] \cdot 5^4$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Sesto Scritto

Matricola: | | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *la funzione* $f(x,y) = \ln(1+|x|) + \cos^2(y) - 32$. *Allora*
1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta
1.B f ha infiniti punti di minimo e non di massimo
1.C f ha infiniti punti di massimo e di minimo
1.D f ha un punto di minimo e infiniti punti di massimo

2. *Sia* $f_n\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f_n(x) = \begin{cases} (7n+\ln n)^{\alpha^2-4}\left(1-|x-n|\right) & x \in [n-1, n+1] \\ 0 & \textit{altrimenti} \end{cases}$. *Allora*
2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta
2.B f_n converge p. e non u. su $\mathbf{R} \Leftrightarrow \alpha < -2$ o $\alpha > 2$
2.C f_n converge u. su $\mathbf{R} \Leftrightarrow \alpha < -2$ o $\alpha > 2$
2.D per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$, f_n converge u. su $\mathbf{R}$

3. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = 3x + y^2$ *e sia* $g\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}^2$ *tale che* $g(1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $g'(1) = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$. *Detta* $h = f \circ g$, *si ha che*
3.A $h'(1) = 15$
3.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta
3.C $h'(1)$ é una matrice 2×2
3.D $h'(1)$ é un vettore 2×1

4. *Sia* $D = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x \in [-13, 13] \;\; y \in [-13, \sqrt{|x|}]\right\}$. *Allora* $\int_D (xy^3 + x^2y + x^3 + \arctan(2x))\,dx\,dy$
4.A $\left[(13/4) - (1/3)\right] \cdot 13^4$
4.B $\left[(1/4) - (13/3)\right] \cdot 13^4$
4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta
4.D $\left[(3 \cdot 13/4) - (2/3)\right] \cdot 13^4$

5. *Sia* (X,d) *uno spazio metrico e sia* $A \subseteq X$ *non vuoto. È allora necessariamente vero che:*
5.A $\partial A \subseteq \bar{A}$
5.B $\partial A \neq \emptyset$
5.C $\partial A \subseteq A$
5.D Nessuna delle altre affermazioni è esatta

6. *Sia* $Q = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq 0\,,\; x^2 + 9y^2 \leq 9\right\} \cup \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : |x| \leq 3\,,\; y \in [-2, 0]\right\}$. *Allora* $\max_Q(x^2 + y^2 + \sqrt{2}) + \min_Q(x^2 + y^2 + \sqrt{2})$ *vale*
6.A $13 + 2\sqrt{2}$
6.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta
6.C $9 + 2\sqrt{2}$
6.D $2 + 2\sqrt{2}$

7. *Sia* $f: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *una funzione di classe* $\mathbf{C^1}(\mathbf{R})$ *tale che* $\left|f'(x)\right| \le 3$ *per ogni* $x \in \mathbf{R}$ *e* $f(0) = 0$. *Al variare del parametro* p, *sia* $\varphi_p: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *la soluzione del problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = f(px) \\ x(0) = 44 \end{cases}$. *È allora certamente vero che:*

7.A $\lim_{p\to 0} \lim_{t\to+\infty} \varphi_p(t) = 44$

7.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

7.C $\lim_{t\to+\infty} \lim_{p\to 0} \varphi_p(t) = +\infty$

7.D $\lim_{p\to 0} \sup_{[-44,44]} \varphi_p = 44$

8. *L'equazione integrale* $y(x) = 1 + \int_0^x \left[-y(t) + \operatorname{sen} t\right] \, dt$ *ha soluzione*

8.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

8.B $y(x) = (3/2)e^{-x} + (1/2)(\operatorname{sen} x - \cos x)$

8.C $y(x) = (3/2)e^{x} - (1/2)(\operatorname{sen} x + \cos x)$

8.D $y(x) = (3/2)e^{-x} - (1/2)(\operatorname{sen} x + \cos x)$

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Sesto Scritto

Matricola: | | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *L'equazione integrale* $y(x) + 1 = -\int_0^x \big[y(t) + \operatorname{sen} t\big]\, dt$ *ha soluzione*

1.A $y(x) = -(3/2)e^x + (1/2)(\operatorname{sen} x + \cos x)$

1.B $y(x) = -(3/2)e^x - (1/2)(\operatorname{sen} x - \cos x)$

1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

1.D $y(x) = -(3/2)e^{-x} - (1/2)(\operatorname{sen} x - \cos x)$

2. *Sia* (X, d) *uno spazio metrico e sia* $A \subseteq X$ *non vuoto. È allora necessariamente vero che:*

2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

2.B $\partial A \subseteq \mathring{A}$

2.C $\partial A \subseteq \bar{A}$

2.D $\partial A = \bar{A}$

3. *Sia* $Q = \big\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq 0\,,\ x^2 + 9y^2 \leq 9\big\} \cup \big\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |x| \leq 3\,,\ y \in [-2, 0]\big\}$. *Allora* $\max_Q(x^2 + y^2 + \sqrt{7}) + \min_Q(x^2 + y^2 + \sqrt{7})$ *vale*

3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

3.B $2 + 2\sqrt{7}$

3.C $9 + 2\sqrt{7}$

3.D $13 + 2\sqrt{7}$

4. *Sia* $f\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *una funzione di classe* $\mathbf{C^1}(\mathbf{R})$ *tale che* $\big|f'(x)\big| \leq 3$ *per ogni* $x \in \mathbf{R}$ *e* $f(0) = 0$. *Al variare del parametro* p, *sia* $\varphi_p\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *la soluzione del problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = f(px) \\ x(0) = 71 \end{cases}$. *È allora certamente vero che:*

4.A $\lim_{p \to 0} \sup_{[-71,71]} \varphi_p = 71$

4.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

4.C $\lim_{p \to 0} \lim_{t \to +\infty} \varphi_p(t) = 71$

4.D $\lim_{t \to +\infty} \lim_{p \to 0} \varphi_p(t) = +\infty$

5. *Sia* $f_n\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f_n(x) = \begin{cases} (2n + \ln n)^{\alpha^2 - 4}\big(1 - |x - n|\big) & x \in [n-1, n+1] \\ 0 & \textit{altrimenti} \end{cases}$. *Allora*

5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

5.B f_n converge p. e non u. su $\mathbf{R} \Leftrightarrow \alpha < -2$ o $\alpha > 2$

5.C f_n converge u. su $\mathbf{R} \Leftrightarrow \alpha < -2$ o $\alpha > 2$

5.D per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$, f_n converge u. su $\mathbf{R}$

6. *Sia* $D = \Big\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \in [-7, 7]\ \ y \in [-7, \sqrt{|x|}]\Big\}$. *Allora* $\int_D (xy^3 + x^2y + x^3 + \arctan(2x))\, dx\, dy =$

6.A $\big[(1/4) - (7/3)\big] \cdot 7^4$

6.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

6.C $\big[(7/4) - (1/3)\big] \cdot 7^4$

6.D $\big[(3 \cdot 7/4) - (2/3)\big] \cdot 7^4$

7. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *la funzione* $f(x,y) = \ln(1+x^2) + \operatorname{sen}^2(y) + 34$. *Allora*

7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

7.B f ha infiniti punti di massimo e infiniti punti di sella

7.C f ha un punto di minimo e infiniti punti di massimo

7.D f ha infiniti punti di minimo e infiniti punti di sella

8. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = x - y^2$ *e sia* $g\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}^2$ *tale che* $g(1) = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $g'(1) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$. *Detta* $h = f \circ g$, *si ha che*

8.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

8.B $h'(1)$ é un vettore 2×1

8.C $h'(1)$ é una matrice 2×2

8.D $h'(1) = 3$

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Compito A:	B	A	D	C	D	B	D	A
Compito B:	D	B	B	C	C	B	C	B
Compito C:	B	A	A	B	A	A	D	B
Compito D:	D	C	D	A	A	A	D	D