Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Quarto Scritto

Matricola: | | | | | | |

Cognome: .... Nome: ....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *Sia* $f\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *una funzione tale che il problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = 19 \end{cases}$ *ammetta due soluzioni distinte. È allora certamente vero che:*

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

1.B f è continua su $\mathbf{R}$, ma non è derivabile su $\mathbf{R}$

1.C $\forall a, b \in \mathbf{R}$, $a < b$, f non è continua su $[a, b]$

1.D non esistono punti in cui f sia derivabile

2. *Siano* (X, d) *uno spazio metrico,* $A \subseteq X$ *e* $\{x_n : n \in \mathbf{N}\}$ *una successione di elementi di* A *convergente ad un* x_∞ *in* X*. È allora necessariamente vero che:*

2.A $x_\infty \in \bar{A}$

2.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

2.C $x_\infty \in \mathring{A}$

2.D $x_\infty \in \partial A$

3. *Data la funzione* $f : \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *definita da*

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x - \operatorname{sen}(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^{1/4}} & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

È allora necessariamente vero che:

3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

3.B f è continua in $(0, 0)$ e ammette $f_x(0, 0)$

3.C f non è differenziabile in $(0, 0)$

3.D f ammette $f_x(0, 0)$ e non ammette $f_y(0, 0)$

4. *Sia* $f(x, y) = x^2 + xy^3 + 110$*. È allora necessariamente vero che:*

4.A $(0, 0)$ è un punto di minimo

4.B $(0, 0)$ è un punto di sella

4.C $(0, 0)$ è un punto di massimo

4.D Nessuna delle altre affermazioni è esatta

5. *Il volume del solido delimitato inferiormente dal paraboloide di equazione* $2z = x^2 + y^2$ *e superiormente dalla sfera di equazione* $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ *è:*

5.A $\frac{6\sqrt{3}+5}{3}\pi$

5.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

5.C $\frac{6\sqrt{3}-5}{3}\pi$

5.D $\frac{16}{3}\pi$

6. *La serie di funzioni*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1+\dfrac{|\arctan(\log(2x^2+1))|}{n}\right)^{\frac{2}{\pi}n^2}}{(5+\log(1+x^2))^n}$$

6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta — Converge uniformemente, ma non assolutamente in $\mathbf{R}$ **6.B**

6.C Converge totalmente solo sugli intervalli chiusi e limitati di $\mathbf{R}$ — Converge totalmente in $\mathbf{R}$ **6.D**

7. *Sia T il trapezio di vertici $A=(2,0)$, $B=(1,2)$, $C=(-1,2)$, $D=(-2,0)$, e sia $f(x,y)=2x+y$. È allora necessariamente vero che:*

7.A il massimo vale 5 — $\{(x,y)\in\mathbf{R}^2 : 2x+y=4,\ x\in[1,2]\}$ è il luogo dei massimi assoluti **7.B**

7.C il minimo viene assunto in D e C — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.D**

8. *Il problema di Cauchy*

$$y' = \frac{8x}{1+4x^2}y + 1 + 4x^2, \qquad y(0)=0$$

ha soluzione:

8.A $y(x)=(1-4x^2)x$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.B**

8.C $y(x)=(1+4x^2)x$ — $y(x)=(1+4x)x^2$ **8.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Quarto Scritto

Matricola: | | | | | | |

Cognome:..Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *Sia T il trapezio di vertici $A = (2, 0)$, $B = (1, 2)$, $C = (-1, 2)$, $D = (-2, 0)$, e sia $f(x, y) = 2x + y + 7$. È allora necessariamente vero che:*

1.A $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y = 2,\ x \in [-1, 1]\}$ è il luogo dei massimi assoluti

1.B il minimo viene assunto in B e C

1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

1.D il massimo vale 11

2. *Il volume del solido delimitato inferiormente dal paraboloide di equazione $z = x^2 + y^2$ e superiormente dalla sfera di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 3/4$ è:*

2.A $\frac{16}{24}\pi$

2.B $\frac{6\sqrt{3}-5}{24}\pi$

2.C $\frac{6\sqrt{3}+5}{24}\pi$

2.D Nessuna delle altre affermazioni è esatta

3. *Siano (X, d) uno spazio metrico, $A \subseteq X$ e $\{x_n : n \in \mathbf{N}\}$ una successione di elementi di A convergente ad un x_∞ in X. È allora necessariamente vero che:*

3.A $x_\infty \in \mathring{A}$

3.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

3.C $x_\infty \in \bar{A}$

3.D $x_\infty \in \partial A$

4. *Data la funzione $f : \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ definita da*

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{y - \arctan(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^{1/3}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

È allora necessariamente vero che:

4.A f non è differenziabile in $(0, 0)$

4.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

4.C f ammette $f_y(0, 0)$ e non ammette $f_x(0, 0)$

4.D f è continua in $(0, 0)$ e ammette $f_y(0, 0)$

5. *Sia $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ una funzione tale che il problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = 33 \end{cases}$ ammetta due soluzioni distinte. È allora certamente vero che:*

5.A $\forall a, b \in \mathbf{R}$, $a < b$, f non è continua su $[a, b]$

5.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

5.C f è continua su $\mathbf{R}$ ma non è derivabile su $\mathbf{R}$

5.D non esistono punti in cui f sia derivabile

6. *Il problema di Cauchy*

$$y' = \frac{4x}{1+2x^2}y + 1 + 2x^2, \qquad y(0) = 0$$

ha soluzione:

6.A $y(x) = (1+2x^2)x$

6.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

6.C $y(x) = 2(1+2x^2)x$

6.D $y(x) = (1+2x)x^2$

7. *La serie di funzioni*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 + \frac{|\arctan(\log(3x^2+1))|}{n}\right)^{\frac{2}{\pi}n^2}}{(5+\log(1+x^2))^n}$$

7.A Converge totalmente in $\mathbf{R}$

7.B Converge uniformemente, ma non assolutamente in $\mathbf{R}$

7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

7.D Converge totalmente solo sugli intervalli chiusi e limitati di $\mathbf{R}$

8. *Sia* $f(x, y) = x^2 - xy^5$. *È allora necessariamente vero che:*

8.A $(0, 0)$ è un punto di minimo

8.B $(0, 0)$ è un punto di massimo

8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

8.D $(0, 0)$ è un punto di sella

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Quarto Scritto

Matricola: | | | | | | |

Cognome: .... Nome: ....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *Siano (X,d) uno spazio metrico, $A \subseteq X$ e $\{x_n : n \in \mathbf{N}\}$ una successione di elementi di A convergente ad un x_∞ in X. È allora necessariamente vero che:*

1.A $x_\infty \in \mathring{A}$

1.B $x_\infty \in \bar{A}$

1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

1.D $x_\infty \in \partial A$

2. *Sia $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ una funzione tale che il problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = 51 \end{cases}$ ammetta due soluzioni distinte. È allora certamente vero che:*

2.A $\forall a, b \in \mathbf{R}$, $a < b$, f non è continua su $[a, b]$

2.B f è continua su $\mathbf{R}$ ma non è derivabile su $\mathbf{R}$

2.C non esistono punti in cui f sia derivabile

2.D Nessuna delle altre affermazioni è esatta

3. *Il problema di Cauchy*

$$y' = \frac{2x}{1+x^2}y + 1 + x^2, \qquad y(0) = 0$$

ha soluzione:

3.A $y(x) = (1+3x)x^2$

3.B $y(x) = (1-x^2)x$

3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

3.D $y(x) = (1+x^2)x$

4. *Data la funzione $f : \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ definita da*

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x - \log(1+x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^{1/5}} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

È allora necessariamente vero che:

4.A f è continua in $(0,0)$ e ammette $f_x(0,0)$

4.B f ammette $f_x(0,0)$ e non ammette $f_y(0,0)$

4.C f non è differenziabile in $(0,0)$

4.D Nessuna delle altre affermazioni è esatta

5. *Il volume del solido delimitato inferiormente dal paraboloide di equazione $6z = x^2 + y^2$ e superiormente dalla sfera di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 27$ è:*

5.A $\frac{16}{9}\pi$

5.B $9\pi(6\sqrt{3}+5)$

5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta $9\pi(6\sqrt{3}-5)$ **5.D**

6. *Sia T il trapezio di vertici $A=(2,0)$, $B=(1,2)$, $C=(-1,2)$, $D=(-2,0)$, e sia $f(x,y)=2x+y-8$. È allora necessariamente vero che:*

6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta il massimo vale -4 **6.B**

6.C il minimo vale -10 $\{(x,y)\in\mathbf{R}^2 : 2x+y=-4,\ x\in[1,2]\}$ è il luogo dei massimi assoluti **6.D**

7. *Sia $f(x,y)=-y^2+yx^7$. È allora necessariamente vero che:*

7.A $(0,0)$ è un punto di minimo $(0,0)$ è un punto di massimo **7.B**

7.C $(0,0)$ è un punto di sella Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.D**

8. *La serie di funzioni*

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(1+\frac{|\arctan(\log(5x^2+1))|}{n}\right)^{\frac{2}{\pi}n^2}}{(5+\log(1+x^2))^n}$$

8.A Converge totalmente solo sugli intervalli chiusi e limitati di $\mathbf{R}$ Converge totalmente in $\mathbf{R}$ **8.B**

8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Converge uniformemente, ma non assolutamente in $\mathbf{R}$ **8.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Quarto Scritto

Matricola: | | | | | | |

Cognome:..Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *Il volume del solido delimitato inferiormente dal paraboloide di equazione* $2z = 3x^2 + 3y^2$ *e superiormente dalla sfera di equazione* $x^2 + y^2 + z^2 = 1/3$ *è:*

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

1.B $\frac{6\sqrt{3}-5}{81}\pi$

1.C $\frac{16}{81}\pi$

1.D $\frac{6\sqrt{3}+5}{81}\pi$

2. *Siano* (X, d) *uno spazio metrico,* $A \subseteq X$ *e* $\{x_n : n \in \mathbf{N}\}$ *una successione di elementi di* A *convergente ad un* x_∞ *in* X. *È allora necessariamente vero che:*

2.A $x_\infty \in \bar{A}$

2.B $x_\infty \in \mathring{A}$

2.C $x_\infty \in \partial A$

2.D Nessuna delle altre affermazioni è esatta

3. *Data la funzione* $f : \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *definita da*

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{y + e^{-1/(x^2+y^2)}}{(x^2 + y^2)^{1/6}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

È allora necessariamente vero che:

3.A f ammette $f_y(0, 0)$ e non ammette $f_x(0, 0)$

3.B f non è differenziabile in $(0, 0)$

3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

3.D f è continua in $(0, 0)$ e ammette $f_y(0, 0)$

4. *La serie di funzioni*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 + \dfrac{|\arctan(\log(7x^2 + 1))|}{n}\right)^{\frac{2}{\pi}n^2}}{(5 + \log(1 + x^2))^n}$$

4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

4.B Converge uniformemente, ma non assolutamente in $\mathbf{R}$

4.C Converge totalmente in $\mathbf{R}$

4.D Converge totalmente solo sugli intervalli chiusi e limitati di $\mathbf{R}$

5. *Sia* $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *una funzione tale che il problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = 77 \end{cases}$ *ammetta due soluzioni distinte. È allora certamente vero che:*

5.A non esistono punti in cui f sia derivabile | Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.B**

5.C $\forall a, b \in \mathbf{R}$, $a < b$, f non è continua su $[a, b]$ | f è continua su $\mathbf{R}$ ma non è derivabile su $\mathbf{R}$ **5.D**

6. *Sia* $f(x, y) = -y^2 + yx^3$. *È allora necessariamente vero che:*

6.A $(0, 0)$ è un punto di sella | $(0, 0)$ è un punto di massimo **6.B**

6.C $(0, 0)$ è un punto di minimo | Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.D**

7. *Il problema di Cauchy*

$$y' = \frac{6x}{1+3x^2} y + 1 + 3x^2, \qquad y(0) = 0$$

ha soluzione:

7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta | $y(x) = (1 + 3x^2)x$ **7.B**

7.C $y(x) = (1 - 3x)x^2$ | $y(x) = (3 - x^2)x$ **7.D**

8. *Sia* T *il trapezio di vertici* $A = (2, 0)$, $B = (1, 2)$, $C = (-1, 2)$, $D = (-2, 0)$, *e sia* $f(x, y) = 2x + y + 1$. *È allora necessariamente vero che:*

8.A il massimo vale 5 | Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.B**

8.C il minimo vale -4 | $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 2x - y = 4,\ x \in [1, 2]\}$ è il luogo dei massimi assoluti **8.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Quarto Scritto

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Compito A:	A	A	C	B	C	D	B	C
Compito B:	D	B	C	A	B	A	A	D
Compito C:	B	D	D	C	D	B	C	B
Compito D:	B	A	B	C	B	A	B	A