

## Analisi Matematica 2

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Secondo Scritto

Matricola: 

--	--	--	--	--	--

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. La funzione  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = (xy)^{257}$  ammette sulla regione delimitata dal quadrato di vertici  $(1001, 0)$ ,  $(0, 1001)$ ,  $(-1001, 0)$  e  $(0, -1001)$
- 1.A 2 punti di massimo e 2 di minimo assoluto 4 punti di minimo assoluto **1.B**  
 1.C 4 punti di massimo e 4 di minimo assoluto Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.D**

2. La funzione  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = x^2 - \sin y$
- 2.A ammette infiniti punti di minimi locali non assoluti  
 2.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta  
 2.C ammette infiniti punti di minimo assoluto  
 2.D ammette infiniti minimi distinti

3. Il problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = \begin{cases} x - 7 & \text{per } x \geq 0 \\ 7 & \text{per } x < 0 \end{cases} \\ x(0) = 7 \end{cases}$
- 3.A ammette un'unica soluzione definita su  $\mathbf{R}$   
 3.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta  
 3.C ammette (almeno) due soluzioni distinte definite su  $\mathbf{R}$   
 3.D ammette un'unica soluzione definita su un sottoinsieme proprio di  $\mathbf{R}$

4. Sia  $\alpha \in \mathbf{R}$ . La funzione  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\arctan(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^{\alpha-2}} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  è differenziabile se e solo se
- 4.A  $\alpha < 1/2$   $\alpha < 3/4$  **4.B**  
 4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta  $\alpha < 5/2$  **4.D**

5. Al variare di  $n \in \mathbf{N}$ , sia  $f_n: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = \begin{cases} ne^{-7x} & \text{se } x \in ]1, +\infty[ \\ 1/n & \text{se } x = 1 \text{ o } x = 0 \\ (\sin 9x)/(9x) & \text{se } x \in ]-\infty, 0[ \cup ]0, 1[ \end{cases}$ . Sia  $f$  il limite puntuale  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n$ . È allora necessariamente vero che:
- 5.A  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.B**

5.C  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$  e  $f$  non è continua in 0

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_1^\pi \frac{1}{f_n(x)} dx \neq 0$  e  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  non esiste **5.D**

6. Siano  $Q$  il quadrato di vertici  $(0, 0)$ ,  $(5, 0)$ ,  $(5, 5)$  e  $(0, 5)$  e  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $\begin{cases} x(y-x)y^{-2} & \text{se } 0 \leq x < y \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ .

Allora  $\int_Q f(x, y) dx dy =$

6.A 3

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.B**

6.C  $25/12$

$4/3$  **6.D**

7. Sia  $f: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$  una funzione tale che il problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = 7 \end{cases}$  ammetta un'unica soluzione definita su tutto  $\mathbf{R}$ . È allora necessariamente vero che:

7.A  $f$  è continua su  $\mathbf{R}$  ma potrebbe non essere Lipschitziana

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.B**

7.C  $f$  è Lipschitziana su  $\mathbf{R}$

$f$  è continua in 7 ma non su  $\mathbf{R}$  **7.D**

8. Sia  $(X, d)$  uno spazio metrico e sia  $A \subseteq X$  non vuoto. Quale/i delle seguenti implicazioni è/sono VERA/E?

1.  $A = \bar{A} \Rightarrow \partial A = \emptyset$

2.  $A = \overset{\circ}{A} \Rightarrow A = \bar{A}$

3.  $A = \partial A \Rightarrow A = \overset{\circ}{A}$

4.  $\bar{A} = \partial A \Rightarrow A = \overset{\circ}{A}$

8.A Nessuna

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.B**

8.C Solo la 4.

La 2. e la 3. **8.D**

**Analisi Matematica 2**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Secondo Scritto**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="checkbox"/>

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Sia  $(X, d)$  uno spazio metrico e sia  $A \subseteq X$  non vuoto. Quale/i delle seguenti implicazioni è/sono VERA/E?
1.  $A = \bar{A} \Rightarrow \partial A = \emptyset$
  2.  $A = \overset{\circ}{A} \Rightarrow A = \bar{A}$
  3.  $A = \partial A \Rightarrow A = \overset{\circ}{A}$
  4.  $\bar{A} = \partial A \Rightarrow A = \overset{\circ}{A}$

- 1.A Solo la 4. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**  
 1.C Nessuna La 2. e la 3. **1.D**

2. La funzione  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = (xy)^{527}$  ammette sulla regione delimitata dal quadrato di vertici  $(1003, 0)$ ,  $(0, 1003)$ ,  $(-1003, 0)$  e  $(0, -1003)$
- 2.A 4 punti di minimo assoluto Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.B**  
 2.C 2 punti di massimo e 2 di minimo assoluto 4 punti di massimo e 4 di minimo assoluto **2.D**

3. Sia  $\alpha \in \mathbf{R}$ . La funzione  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^{2\alpha-1}} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  è differenziabile se e solo se
- 3.A  $\alpha < 1/2$   $\alpha < 3/4$  **3.B**  
 3.C  $\alpha < 5/2$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.D**

4. Siano  $Q$  il quadrato di vertici  $(0, 0)$ ,  $(6, 0)$ ,  $(6, 6)$  e  $(0, 6)$  e  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $\begin{cases} x(y-x)y^{-2} & \text{se } 0 \leq x < y \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ .
- Allora  $\int_Q f(x, y) dx dy =$
- 4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta 3 **4.B**  
 4.C  $25/12$  4/3 **4.D**

5. Il problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = \begin{cases} x-5 & \text{per } x \geq 0 \\ 5 & \text{per } x < 0 \end{cases} \\ x(0) = 5 \end{cases}$
- 5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

- 5.B ammette (almeno) due soluzioni distinte definite su  $\mathbf{R}$   
 5.C ammette un'unica soluzione definita su  $\mathbf{R}$   
 5.D ammette un'unica soluzione definita su un sottoinsieme proprio di  $\mathbf{R}$

6. La funzione  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = y^2 - \sin x$

- 6.A ammette infiniti punti di minimi locali non assoluti  
 6.B ammette infiniti punti di minimo assoluto  
 6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta  
 6.D ammette infiniti minimi distinti

7. Al variare di  $n \in \mathbf{N}$ , sia  $f_n: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = \begin{cases} ne^{-5x} & \text{se } x \in ]1, +\infty[ \\ 1/n & \text{se } x = 1 \text{ o } x = 0 \\ (\sin 7x)/(7x) & \text{se } x \in ]-\infty, 0[ \cup ]0, 1[ \end{cases}$ . Sia  $f$  il limite

puntuale  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n$ . È allora necessariamente vero che:

7.A  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.B**

7.C  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_1^\pi \frac{1}{f_n(x)} dx \neq 0$  e  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  non esiste  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$  e  $f$  non è continua in 0 **7.D**

8. Sia  $f: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$  una funzione tale che il problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = 4 \end{cases}$  ammetta un'unica soluzione definita su tutto  $\mathbf{R}$ . È allora necessariamente vero che:

8.A  $f$  è continua su  $\mathbf{R}$  ma potrebbe non essere Lipschitziana  $f$  è Lipschitziana su  $\mathbf{R}$  **8.B**

8.C  $f$  è continua in 4 ma non su  $\mathbf{R}$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.D**

## Analisi Matematica 2

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Secondo Scritto

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4        5        6        7        8  
Risposta:   

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Sia  $f: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$  una funzione tale che il problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = 9 \end{cases}$  ammetta un'unica soluzione definita su tutto  $\mathbf{R}$ . È allora necessariamente vero che:

- 1.A  $f$  è continua su  $\mathbf{R}$  ma potrebbe non essere Lipschitziana 3.B  $f$  è Lipschitziana su  $\mathbf{R}$   
1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta 1.D  $f$  è continua in 9 ma non su  $\mathbf{R}$

2. Il problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = \begin{cases} x - 9 & \text{per } x \geq 0 \\ 9 & \text{per } x < 0 \end{cases} \\ x(0) = 9 \end{cases}$

- 2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta  
2.B ammette un'unica soluzione definita su  $\mathbf{R}$   
2.C ammette (almeno) due soluzioni distinte definite su  $\mathbf{R}$   
2.D ammette un'unica soluzione definita su un sottoinsieme proprio di  $\mathbf{R}$

3. La funzione  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = (xy)^{729}$  ammette sulla regione delimitata dal quadrato di vertici  $(403, 0)$ ,  $(0, 403)$ ,  $(-403, 0)$  e  $(0, -403)$

- 3.A 2 punti di massimo e 2 di minimo assoluto 4 punti di minimo assoluto 3.B  
3.C 4 punti di massimo e 4 di minimo assoluto Nessuna delle altre affermazioni è esatta 3.D

4. Sia  $\alpha \in \mathbf{R}$ . La funzione  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - e^{x^2+y^2}}{(x^2 + y^2)^{1-\alpha}} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  è differenziabile se

- e solo se  
4.A  $\alpha > 5/2$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4.B  
4.C  $\alpha > 1/2$   $\alpha > 3/4$  4.D

5. La funzione  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = y^2 - \cos x$

- 5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta  
5.B ammette infiniti minimi distinti  
5.C ammette infiniti punti di minimi locali non assoluti  
5.D ammette infiniti punti di minimo assoluto

6. Al variare di  $n \in \mathbf{N}$ , sia  $f_n: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = \begin{cases} ne^{-9x} & \text{se } x \in ]1, +\infty[ \\ 1/n & \text{se } x = 1 \text{ o } x = 0 \\ (\sin 5x)/(5x) & \text{se } x \in ]-\infty, 0[ \cup ]0, 1[ \end{cases}$ . Sia  $f$  il limite

puntuale  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n$ . È allora necessariamente vero che:

6.A  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_1^\pi \frac{1}{f_n(x)} dx \neq 0$  e  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  non esiste  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$  e  $f$  non è continua in 0 **6.B**

6.C  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.D**

7. Siano  $Q$  il quadrato di vertici  $(0, 0)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(4, 4)$  e  $(0, 4)$  e  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $\begin{cases} x(y-x)y^{-2} & \text{se } 0 \leq x < y \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ .

Allora  $\int_Q f(x, y) dx dy =$

7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4/3 **7.B**

7.C  $25/12$  3 **7.D**

8. Sia  $(X, d)$  uno spazio metrico e sia  $A \subseteq X$  non vuoto. Quale/i delle seguenti implicazioni è/sono VERA/E?

1.  $A = \overset{\circ}{A} \Rightarrow \partial A = \emptyset$

2.  $A = \overset{\circ}{A} \Rightarrow A = \bar{A}$

3.  $A = \partial A \Rightarrow A = \overset{\circ}{A}$

4.  $\bar{A} = \partial A \Rightarrow A = \overset{\circ}{A}$

8.A Solo la 4.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.B**

8.C Nessuna

La 2. e la 3. **8.D**

**Analisi Matematica 2**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Secondo Scritto**

Matricola: 

--	--	--	--	--	--

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Sia  $(X, d)$  uno spazio metrico e sia  $A \subseteq X$  non vuoto. Quale/i delle seguenti implicazioni è/sono VERA/E?

1.  $A = \bar{A} \Rightarrow \partial A = \emptyset$
2.  $A = \overset{\circ}{A} \Rightarrow A = \bar{A}$
3.  $A = \partial A \Rightarrow A = \overset{\circ}{A}$
4.  $\bar{A} = \partial A \Rightarrow A = \overset{\circ}{A}$

- 1.A Solo la 4. Nessuna 1.B  
 1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta La 2. e la 3. 1.D

2. La funzione  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = (xy)^{1003}$  ammette sulla regione delimitata dal quadrato di vertici  $(231, 0)$ ,  $(0, 231)$ ,  $(-231, 0)$  e  $(0, -231)$

- 2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4 punti di massimo e 4 di minimo assoluto 2.B  
 2.C 2 punti di massimo e 2 di minimo assoluto 4 punti di minimo assoluto 2.D

3. Sia  $\alpha \in \mathbf{R}$ . La funzione  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^{1-4\alpha}} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  è differenziabile

- se e solo se  
 3.A  $\alpha > 1/2$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta 3.B  
 3.C  $\alpha > 1/8$   $\alpha > 5/2$  3.D

4. Al variare di  $n \in \mathbf{N}$ , sia  $f_n: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = \begin{cases} ne^{-5x} & \text{se } x \in ]1, +\infty[ \\ 1/n & \text{se } x = 1 \text{ o } x = 0 \\ (\text{sen } 3x)/(3x) & \text{se } x \in ]-\infty, 0[ \cup ]0, 1[ \end{cases}$ . Sia  $f$  il limite

puntuale  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n$ . È allora necessariamente vero che:  
 4.A  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$  e  $f$  non è continua in 0 Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4.B

4.C  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$   $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_1^\pi \frac{1}{f_n(x)} dx \neq 0$  e  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  non esiste 4.D

5. Sia  $f: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$  una funzione tale che il problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = 5 \end{cases}$  ammetta un'unica soluzione definita su tutto  $\mathbf{R}$ . È allora necessariamente vero che:

- 5.A  $f$  è continua su  $\mathbf{R}$  ma potrebbe non essere Lipschitziana      Nessuna delle altre affermazioni è esatta    5.B  
 5.C  $f$  è Lipschitziana su  $\mathbf{R}$        $f$  è continua in 5 ma non su  $\mathbf{R}$     5.D

6. Siano  $Q$  il quadrato di vertici  $(0, 0)$ ,  $(9, 0)$ ,  $(9, 9)$  e  $(0, 9)$  e  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $\begin{cases} x(y-x)y^{-2} & \text{se } 0 \leq x < y \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ .

Allora  $\int_Q f(x, y) dx dy =$

- 6.A  $25/12$       27/4    6.B  
 6.C 3      Nessuna delle altre affermazioni è esatta    6.D

7. Il problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = \begin{cases} x-3 & \text{per } x \geq 0 \\ 3 & \text{per } x < 0 \end{cases} \\ x(0) = 3 \end{cases}$

- 7.A ammette (almeno) due soluzioni distinte definite su  $\mathbf{R}$   
 7.B ammette un'unica soluzione definita su un sottoinsieme proprio di  $\mathbf{R}$   
 7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta  
 7.D ammette un'unica soluzione definita su  $\mathbf{R}$

8. La funzione  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = x^2 - \cos y$

- 8.A ammette infiniti punti di minimo assoluto  
 8.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta  
 8.C ammette infiniti minimi distinti  
 8.D ammette infiniti punti di minimi locali non assoluti



Analisi Matematica 2  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Secondo Scritto

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Compito A:	A	C	A	D	C	C	B	A
Compito B:	C	C	B	B	C	B	D	D
Compito C:	C	B	A	C	D	B	B	C
Compito D:	B	C	C	A	B	B	D	A