Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Primo Scritto

Matricola: | | | | | | |

Cognome:..Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *La funzione* $f: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *ha lo sviluppo di Fourier* $4 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{7^{n/2}}{\sqrt{n!}} \cos nx$. *Quindi* $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\,dx =$ *(Suggerimento: utilizzare l'identità di Bessel).*

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

1.B $\pi[4e^7 + 15]$

1.C $\pi[e^7 + 31]$

1.D $\pi[4e^7 + 31]$

2. *La funzione* $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = y^2 e^{-x^2}$ *sull'insieme* $\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : |x| - 2 \le y < 2\}$

2.A assume il massimo assoluto solo in $(0,-2)$ ed ha infiniti punti di minimo

2.B assume minimo assoluto 0 solo in $(-2,0)$ e $(2,0)$

2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

2.D assume il massimo assoluto in $(-4,2)$ e $(4,2)$

3. *La lunghezza della curva* $\varphi: [0,\pi/3] \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $\varphi(t) = \begin{bmatrix} 5e^t \operatorname{sen} t \\ 5e^t \cos t \end{bmatrix}$ *è*

3.A $(1 - e^{-\pi/3})/5$

3.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

3.C $5\sqrt{2}\left(e^{\pi/3} - 1\right)$

3.D $5\sqrt{2}\left(1 - e^{-\pi/3}\right)$

4. *La funzione* $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \begin{cases} (x-1)^2 + y & \text{se } x < 1 \\ y & \text{se } x \ge 1 \end{cases}$

4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

4.B è continua e derivabile su $\mathbf{R}^2$

4.C è continua ma non derivabile su $\mathbf{R}^2$

4.D non è continua su tutto $\mathbf{R}^2$

5. *Lo sviluppo di Taylor al secondo ordine centrato in* 1 *della funzione implicita definita in un intorno di* $(1,0)$ *da* $xe^y + x^2 y = 1$ *è*

5.A $-(x-1)/2 - (3/4)(x-1)^2 + o(x-1)^2$

5.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

5.C $-(x-1)/2 + (3/4)(x-1)^2 + o(x-1)^2$

5.D $-(x-1)/2 + (11/16)(x-1)^2 + o(x-1)^2$

6. *Il problema di Cauchy* $\begin{cases} y'' + 9y = x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 10/9 \end{cases}$ *ha soluzione* $y(x) =$

6.A $(5/9)\,\text{sen}\,2x + \cos 2x$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.B**

6.C $x/9 + (\text{sen}\,3x)/3 + cos 3x$ — $x^2 + (5/9)\,\text{sen}\,2x + \cos 2x$ **6.D**

7. *Sia I_{x_o} l'intervallo su cui è definita la soluzione massimale del problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = 7 + 4\,\text{sen}(x^2) \\ x(0) = x_o \end{cases}$. *È allora necessariamente vero che:*

7.A $\exists\, x_o \in \mathbf{R} : I_{x_o} \neq \mathbf{R}$ e $\exists\, x_o \in \mathbf{R} : I_{x_o} = \mathbf{R}$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.B**

7.C $\forall\, x_o \in \mathbf{R}\,,\ I_{x_o} = \mathbf{R}$ — $\forall\, x_o \in \mathbf{R}\,,\ I_{x_o} \neq \mathbf{R}$ **7.D**

8. *Sia (X, d) uno spazio metrico e sia $f : X \mapsto \mathbf{R}$ data da $f(x) = d(x, x_*)$, per un fissato $x_* \in X$. È allora certamente vero che:*

8.A f è globalmente Lipschitziana — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.B**

8.C f può non essere continua in x_* — f può non essere continua su tutto X **8.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Primo Scritto

Matricola: | | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *Sia (X, d) uno spazio metrico e sia $f: X \mapsto \mathbf{R}$ data da $f(x) = d(x, x_*)$, per un fissato $x_* \in X$. È allora certamente vero che:*

1.A f può non essere continua in x_* — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**

1.C f è globalmente Lipschitziana — f può non essere continua su tutto X **1.D**

2. *La lunghezza della curva $\varphi: [0, \pi/7] \mapsto \mathbf{R}$ data da* $\varphi(t) = \begin{bmatrix} 3e^t \operatorname{sen} t \\ 3e^t \cos t \end{bmatrix}$ *è*

2.A $3\sqrt{2}\left(1 - e^{-\pi/7}\right)$ — $3\sqrt{2}\left(e^{\pi/7} - 1\right)$ **2.B**

2.C $(1 - e^{-\pi/7})/3$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.D**

3. *La funzione $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = x^2 e^{-y^2}$ sull'insieme* $\left\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |y| - 2 \le x < 2\right\}$

3.A assume minimo assoluto 0 solo in $(0, -2)$ e $(0, 2)$

3.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta

3.C assume il massimo assoluto solo in $(-2, 0)$ ed ha infiniti punti di minimo

3.D assume il massimo assoluto in $(2, -4)$ e $(2, 4)$

4. *La funzione $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ data da* $f(x, y) = \begin{cases} (x+1)^2 + y & \text{se } x < -1 \\ y & \text{se } x \ge -1 \end{cases}$

4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta — è continua ma non derivabile su $\mathbf{R}^2$ **4.B**

4.C non è continua su tutto $\mathbf{R}^2$ — è continua e derivabile su $\mathbf{R}^2$ **4.D**

5. *La funzione $f: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ ha lo sviluppo di Fourier* $4 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^{n/2}}{\sqrt{n!}} \cos nx$. *Quindi* $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\, dx =$ *(Suggerimento: utilizzare l'identità di Bessel).*

5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta — $\pi[e^5 + 31]$ **5.B**

5.C $\pi[4e^5 + 15]$ — $\pi[4e^5 + 31]$ **5.D**

6. *Il problema di Cauchy* $\begin{cases} y'' + 16y = x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 17/16 \end{cases}$ *ha soluzione $y(x) =$*

6.A $(17/32)\,\mathrm{sen}\,2x + \cos 2x$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.B**

6.C $x/16 + (\mathrm{sen}\,4x)/4 + cos4x$ — $x^2 + (17/32)\,\mathrm{sen}\,2x + \cos 2x$ **6.D**

7. *Lo sviluppo di Taylor al secondo ordine centrato in* 1 *della funzione implicita definita in un intorno di* $(1,0)$ *da* $xe^y + x^2y = 1$ *è*

7.A $-(x-1)/2 + (11/16)(x-1)^2 + o(x-1)^2$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.B**

7.C $-(x-1)/2 - (3/4)(x-1)^2 + o(x-1)^2$ — $-(x-1)/2 + (3/4)(x-1)^2 + o(x-1)^2$ **7.D**

8. *Sia* I_{x_o} *l'intervallo su cui è definita la soluzione massimale del problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = 9 + 2\,\mathrm{sen}(x^2) \\ x(0) = x_o \end{cases}$. *È allora necessariamente vero che:*

8.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta — $\forall\, x_o \in \mathbf{R}\,,\ I_{x_o} \neq \mathbf{R}$ **8.B**

8.C $\forall\, x_o \in \mathbf{R}\,,\ I_{x_o} = \mathbf{R}$ — $\exists\, x_o \in \mathbf{R} : I_{x_o} \neq \mathbf{R}$ e $\exists\, x_o \in \mathbf{R} : I_{x_o} = \mathbf{R}$ **8.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Primo Scritto

Matricola: | | | | | | |

Cognome:..Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *Il problema di Cauchy* $\begin{cases} y'' + 4y = x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 5/4 \end{cases}$ *ha soluzione* $y(x) =$

1.A $(5/8)\,\mathrm{sen}\,2x + \cos 2x$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**

1.C $x^2 + (5/8)\,\mathrm{sen}\,2x + \cos 2x$

$x/4 + (\mathrm{sen}\,2x)/2 + cos 2x$ **1.D**

2. *La funzione* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \sqrt{|y|}e^{-|x|}$ *sull'insieme* $\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : |x| - 2 \le y < 2\}$

2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

2.B assume il minimo assoluto solo in $(-2,0)$ e $(2,0)$

2.C assume il massimo solo in $(0,-2)$ ed ha infiniti punti di minimo

2.D assume massimo assoluto solo in $(-4,2)$ e $(4,2)$

3. *Lo sviluppo di Taylor al secondo ordine centrato in* 1 *della funzione implicita definita in un intorno di* $(1,0)$ *da* $xe^y + x^2y = 1$ *è*

3.A $-(x-1)/2 - (3/4)(x-1)^2 + o(x-1)^2$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.B**

3.C $-(x-1)/2 + (3/4)(x-1)^2 + o(x-1)^2$

$-(x-1)/2 + (11/16)(x-1)^2 + o(x-1)^2$ **3.D**

4. *La lunghezza della curva* $\varphi\colon [0, \pi/8] \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $\varphi(t) = \begin{bmatrix} 7e^t\,\mathrm{sen}\,t \\ 7e^t\cos t \end{bmatrix}$ *è*

4.A $7\sqrt{2}\left(e^{\pi/8} - 1\right)$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.B**

4.C $(1 - e^{-\pi/8})/7$

$7\sqrt{2}\left(1 - e^{-\pi/8}\right)$ **4.D**

5. *Sia* I_{x_o} *l'intervallo su cui è definita la soluzione massimale del problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = 4 + 3\,\mathrm{sen}(x^2) \\ x(0) = x_o \end{cases}$. *È allora necessariamente vero che:*

5.A $\forall\, x_o \in \mathbf{R}\,,\ I_{x_o} = \mathbf{R}$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.B**

5.C $\exists\, x_o \in \mathbf{R} : I_{x_o} \neq \mathbf{R}$ e $\exists\, x_o \in \mathbf{R} : I_{x_o} = \mathbf{R}$

$\forall\, x_o \in \mathbf{R}\,,\ I_{x_o} \neq \mathbf{R}$ **5.D**

6. *La funzione* $f\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *ha lo sviluppo di Fourier* $4 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{9^{n/2}}{\sqrt{n!}} \cos nx$. *Quindi* $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\,dx =$ *(Suggerimento: utilizzare l'identità di Bessel).*

6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta — $\pi[e^9 + 31]$ **6.B**
6.C $\pi[4e^9 + 15]$ — $\pi[4e^9 + 31]$ **6.D**

7. *La funzione* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \begin{cases} (y+1)^2 + x & \textit{se } y > -1 \\ x & \textit{se } y \le -1 \end{cases}$

7.A è continua e derivabile su $\mathbf{R}^2$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.B**
7.C non è continua su tutto $\mathbf{R}^2$ — è continua ma non derivabile su $\mathbf{R}^2$ **7.D**

8. *Sia* (X, d) *uno spazio metrico e sia* $f\colon X \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x) = d(x, x_*)$, *per un fissato* $x_* \in X$. *È allora certamente vero che:*

8.A f può non essere continua in x_* — f è globalmente Lipschitziana **8.B**
8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta — f può non essere continua su tutto X **8.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Primo Scritto

Matricola: | | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. *Lo sviluppo di Taylor al secondo ordine centrato in* 1 *della funzione implicita definita in un intorno di* $(1,0)$ *da* $xe^y + x^2y = 1$ *è*

1.A $-(x-1)/2 - (3/4)(x-1)^2 + o(x-1)^2$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**

1.C $-(x-1)/2 + (11/16)(x-1)^2 + o(x-1)^2$

$-(x-1)/2 + (3/4)(x-1)^2 + o(x-1)^2$ **1.D**

2. *La funzione* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \sqrt{|x|}e^{-|y|}$ *sull'insieme* $\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : |y| - 2 \le x < 2\}$

2.A assume il massimo solo in $(-2,0)$ ed ha infiniti punti di minimo

2.B assume massimo assoluto solo in $(2,-4)$ e $(2,4)$

2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

2.D assume il minimo assoluto solo in $(0,-2)$ e $(0,2)$

3. *La funzione* $f\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ *ha lo sviluppo di Fourier* $4 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^{n/2}}{\sqrt{n!}} \cos nx$. *Quindi* $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\,dx =$ *(Suggerimento: utilizzare l'identità di Bessel).*

3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

$\pi[4e^3 + 15]$ **3.B**

3.C $\pi[e^3 + 31]$

$\pi[4e^3 + 31]$ **3.D**

4. *La lunghezza della curva* $\varphi\colon [0,\pi/9] \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $\varphi(t) = \begin{bmatrix} 2e^t \operatorname{sen} t \\ 2e^t \cos t \end{bmatrix}$ *è*

4.A $2\sqrt{2}\left(e^{\pi/9} - 1\right)$

$(1 - e^{-\pi/9})/2$ **4.B**

4.C $2\sqrt{2}\left(1 - e^{-\pi/9}\right)$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.D**

5. *Sia* (X,d) *uno spazio metrico e sia* $f\colon X \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x) = d(x,x_*)$, *per un fissato* $x_* \in X$. *È allora certamente vero che:*

5.A f può non essere continua in x_*

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.B**

5.C f può non essere continua su tutto X

f è globalmente Lipschitziana **5.D**

6. *Sia* I_{x_o} *l'intervallo su cui è definita la soluzione massimale del problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = 8 + 6\operatorname{sen}(x^2) \\ x(0) = x_o \end{cases}$. *È allora necessariamente vero che:*

6.A $\forall\, x_o \in \mathbf{R}\,,\ I_{x_o} = \mathbf{R}$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.B**

6.C $\exists\, x_o \in \mathbf{R} : I_{x_o} \neq \mathbf{R}$ e $\exists\, x_o \in \mathbf{R} : I_{x_o} = \mathbf{R}$

$\forall\, x_o \in \mathbf{R}\,,\ I_{x_o} \neq \mathbf{R}$ **6.D**

7. *Il problema di Cauchy* $\begin{cases} y'' + y = x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$ *ha soluzione* $y(x) =$

7.A $\operatorname{sen} 2x + \cos x$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.B**

7.C $x + \operatorname{sen} x + cosx$

$x^2 + \operatorname{sen} 2x + \cos x$ **7.D**

8. *La funzione* $f\colon \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \begin{cases} (y-1)^2 + x & se\ y < 1 \\ x & se\ y \geq 1 \end{cases}$

8.A non è continua su tutto $\mathbf{R}^2$

è continua e derivabile su $\mathbf{R}^2$ **8.B**

8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

è continua ma non derivabile su $\mathbf{R}^2$ **8.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A.2002/2003 – Primo Scritto

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Compito A:	C	A	C	B	D	C	C	A
Compito B:	C	B	C	D	B	C	A	C
Compito C:	D	C	D	A	A	B	A	B
Compito D:	C	A	C	A	D	A	C	B