

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 3

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano (X, d) uno spazio metrico, $x_o \in X$ e $f, g: X \rightarrow X$ due funzioni. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f continua su X e g continua in $x_o \Rightarrow f \circ g$ continua in x_o
 (2) f continua in x_o e g continua in $x_o \Rightarrow f \circ g$ continua in x_o

1.A solo la prima

entrambe **1.B**

1.C nessuna delle due

solo la seconda **1.D**

2. Sia $\varphi_\alpha: I_\alpha \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = x \operatorname{sen}(3x) \\ x(0) = \alpha \end{cases}$ con $\alpha \in \mathbf{R}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\exists \alpha \in \mathbf{R}$ tale che I_α è limitato.
 (2) $\forall \alpha \in \mathbf{R}, I_\alpha = \mathbf{R}$.

2.A Solo la seconda.

Entrambe. **2.B**

2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la prima. **2.D**

3. Si consideri il Problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 4xy' + 4e^{-2x^2} = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ e sia φ la soluzione massimale. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) φ è definita su tutto \mathbf{R}
 (2) φ è illimitata

3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la prima **3.B**

3.C Solo la seconda

Entrambe **3.D**

4. Sia A il dominio della funzione $f(x, y) = \frac{3x^2 + y^2}{x^2 + y^2}$. Siano B e C , rispettivamente, l'insieme dei punti di massimo assoluti e l'insieme dei punti di minimo assoluti di f su A . (L'insieme vuoto è qui da considerarsi finito).

4.A B è finito e C è infinito.

B è infinito e C è finito. **4.B**

4.C B e C sono infiniti.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.D**

5. Sia A il poligono di vertici $(1, 0)$, $(-2, 0)$, $(2, 2)$ e $(5, 2)$. $\iint_A ye^{3y-x-1} dx dy =$

5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

$3e^2(e^3 - 2)$ **5.B**

5.C $(e^3 - 1)(e^2 + 1)/e^2$

$(e^2 - 1)/3$ **5.D**

6. Siano $\alpha \in \mathbf{R}$ e $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita per $y \neq 0$ da $f_\alpha(x, y) = \frac{|y|^{\alpha+1} \operatorname{sen}(x^2 + y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ e per $y = 0$ da $f_\alpha(x, 0) = 0$.

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $\alpha \leq -1 \Leftrightarrow f_\alpha$ non è differenziabile in $(0, 0)$.

(2) $\forall \alpha \in \mathbf{R}$, esiste $\partial_y f_\alpha(0, 0)$.

6.A Solo la seconda.

Entrambe. **6.B**

6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la prima. **6.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 3

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A: A A B C C D