

**Analisi Matematica – Ingegneria Informatica**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 2**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:     1        2        3        4        5        6

Risposta:                        

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

**1.** *Siano  $k \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$  e  $f_k: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_k(x, y) = -(-x - 4y - 7)^k$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

- (1)  $\forall k, f_k$  ha un punto di minimo in  $(4, -11/4)$   
(2)  $k$  pari  $\Rightarrow f_k$  ha un unico punto di sella ed infiniti punti di massimo

**1.A** entrambe Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **1.B**  
**1.C** solo la seconda solo la prima **1.D**

**2.** *Sia  $(X, d)$  lo spazio metrico delle funzioni limitate definite su  $[-1, 1]$  a valori in  $\mathbf{R}$ , munito della distanza  $d(f_1, f_2) = \sup_{[-1, 1]} |f_2(x) - f_1(x)|$ . Siano  $f(x) = [x]$  la funzione parte intera e  $g(x) = e^x$ . Allora:*

**2.A**  $d(f, g) = 1 + e^{-1}$   $d(f, g) = e$  **2.B**  
**2.C**  $d(f, g) = 1 + e$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.D**

**3.** *Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del Problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = x \cot g t + \frac{1}{2} \operatorname{sen}(2t) \\ x(\pi/2) = 1 \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

- (1)  $\lim_{t \rightarrow 0} \varphi(t) = 1$ .  
(2)  $\varphi$  è una funzione pari.

**3.A** Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.B**  
**3.C** Solo la seconda. Entrambe. **3.D**

**4.** *Si consideri al variare di  $x_o \in \mathbf{R}$  il Problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = \max\{0, (x^2 - 3)(x^2 - 9)\} \\ x(0) = x_o \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

- (1)  $|x_o| \leq 3 \Rightarrow$  esiste un'unica soluzione definita su tutto  $\mathbf{R}$ .  
(2) Le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono soddisfatte.

- 4.A Entrambe. Solo la seconda. 4.B  
 4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. 4.D

5. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\ln(3x^4 + y^2) + x^3 + \alpha y + \beta}{y - 1 + x^2} & \text{se } (x, y) \in \mathbf{R}^2 \setminus A, \\ 0 & \text{se } (x, y) \in A \end{cases}$ , con  $A = \{(0, 0)\} \cup \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y = 1\}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è derivabile parzialmente in  $(0, 0) \Leftrightarrow \alpha > 0$ .  
 (2)  $f$  è derivabile parzialmente in  $(0, 1) \Leftrightarrow \alpha = -2$  e  $\beta = 2$ .

- 5.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 5.B  
 5.C Solo la seconda. Entrambe. 5.D

6. Sia  $T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2, x \geq 0, |y| \leq x^2\}$ . Allora  $\iint_T (2 \cos(2x) \sinh(4y) + 2x + \pi x \arctan y) dx dy =$

- 6.A  $2 + \ln(\pi/4)$  7/3 6.B  
 6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 7 6.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A:    B  B  B  A  C  B