

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 3

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Risposta:

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = |x - y|(x + y)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è differenziabile in $(1, 1)$
- (2) f è derivabile in $(3, 2)$

- 1.A Solo la seconda Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 1.B
- 1.C Entrambe Solo la prima 1.D

2. Sia A il poligono di vertici $(1, 0)$, $(-2, 0)$, $(2, 2)$ e $(5, 2)$. $\int \int_A ye^{3y-x-1} dx dy =$

- 2.A $(e^3 - 1)(e^2 + 1)/e^2$ $(e^2 - 1)/3$ 2.B
- 2.C $3e^2(e^3 - 2)$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 2.D

3. Sia A il dominio della funzione $f(x, y) = \frac{3x^2 + y^2}{x^2 + y^2}$. Siano B e C , rispettivamente, l'insieme dei punti di massimo assoluti e l'insieme dei punti di minimo assoluti di f su A . (L'insieme vuoto è qui da considerarsi finito).

- 3.A B e C sono infiniti. B è infinito e C è finito. 3.B
- 3.C B è finito e C è infinito. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 3.D

4. Siano (X, d) uno spazio metrico, $x_o \in X$ e $f, g: X \rightarrow X$ due funzioni. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f continua in x_o e g continua in $x_o \Rightarrow f \circ g$ continua in x_o
- (2) f continua su X e g continua in $x_o \Rightarrow f \circ g$ continua in x_o

- 4.A solo la prima nessuna delle due 4.B
- 4.C entrambe solo la seconda 4.D

5. Si consideri il Problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 4xy' + 4e^{-2x^2} = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ e sia φ la soluzione massimale. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) φ è definita su tutto \mathbf{R}
- (2) φ è limitata

5.A Entrambe Solo la prima **5.B**
5.C Solo la seconda Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.D**

6. L'equazione $2xe^y + xy^2 - 2y + 2 = 0$ definisce in un intorno di $(0, 1)$ una funzione $y = \varphi(x)$ tale che, per $x \rightarrow 0$,

6.A $\varphi(x) = 1 + \left(e + \frac{1}{2}\right)x + \left(e + \frac{1}{2}\right)(e + 1)x^2 + o(x^2)$. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **6.B**

6.C $\varphi(x) = 1 + \left(e + \frac{1}{2}\right)x + 2\left(e + \frac{1}{2}\right)(e + 1)x^2 + o(x^2)$. **6.D**
6.D $\varphi(x) = 1 + \left(e + \frac{1}{2}\right)x - 2\left(e + \frac{1}{2}\right)(e + 1)x^2 + o(x^2)$.

7. Siano $\alpha \in \mathbf{R}$ e $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita per $y \neq 0$ da $f_\alpha(x, y) = \frac{|y|^{\alpha+1} \operatorname{sen}(x^2 + y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ e per $y = 0$ da $f_\alpha(x, 0) = 0$.
 Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $\alpha \leq -1 \Leftrightarrow f_\alpha$ non è differenziabile in $(0, 0)$.

(2) $\forall \alpha \in \mathbf{R}$, esiste $\partial_y f_\alpha(0, 0)$.

7.A Solo la prima. Entrambe. **7.B**
7.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **7.D**

8. Sia $\varphi_\alpha: I_\alpha \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = x \operatorname{sen}(3x) \\ x(0) = \alpha \end{cases}$ con $\alpha \in \mathbf{R}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $\forall \alpha \in \mathbf{R}$, $I_\alpha = \mathbf{R}$.

(2) $\exists \alpha \in \mathbf{R}$ tale che I_α è limitato.

8.A Entrambe. Solo la seconda. **8.B**
8.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **8.D**

9. Per $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, sia $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = \begin{cases} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^{9n} - 1 & \text{se } x > 0 \\ \arctan(nx) + n \operatorname{sen} \frac{x}{n} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$. Sia f il limite puntuale di f_n . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $f_n \xrightarrow{u} f$ su \mathbf{R} . (2) $\int_{-1}^1 f(x) dx < e^9/9$.

9.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. **9.B**
9.C Solo la seconda. Solo la prima. **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 3

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	A	A	A	D	A	A	A	C	C	