Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 2

Matricola: | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:									

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. *Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, valutare se l'equazione $\alpha \operatorname{sen} y + y \cos x = 0$ definisce implicitamente una funzione $y = \varphi_\alpha(x)$ in un intorno del punto $(0,0)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\forall\, \alpha \in \mathbf{R}$, *le ipotesi del Teorema della funzione implicita NON sono soddisfatte in un intorno di* $(0,0)$.

(2) *Per infiniti* $\alpha \in \mathbf{R}$, φ_α *esiste, unica e* $\varphi_\alpha^{(8)}(0) > 0$.

1.A Entrambe. Solo la prima. **1.B**
1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. **1.D**

2. *Sia (X,d) lo spazio metrico delle funzioni limitate definite su $[-1,1]$ a valori in $\mathbf{R}$, munito della distanza $d(f_1,f_2) = \sup_{[-1,1]} \left|f_2(x) - f_1(x)\right|$. Siano $f(x) = e^x$ e $g(x) = [x]$ la funzione parte intera. Allora:*
2.A $d(f,g) = 1 + e^{-1}$ $d(f,g) = e$ **2.B**
2.C $d(f,g) = 1 + e$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.D**

3. *Al variare di $\alpha \in [0,+\infty[$, sia $f_\alpha\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da*

$$f_\alpha(x,y) = \begin{cases} 2x^3 + y & \text{se } y \geq 3|x| + \alpha, \\ 0 & \text{se } y \in \left]-4x^2 - \alpha, 3|x| + \alpha\right[, \\ 4x^2 + 2y^2 & \text{se } y \leq -4x^2 - \alpha. \end{cases}$$

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f_α *è differenziabile in* $(0,0)$ *per ogni* $\alpha \geq 0$.

(2) $\alpha > 0 \Rightarrow f_\alpha \in \mathbf{C^0}\left(\mathbf{R}^2; \mathbf{R}\right)$.

3.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.B**
3.C Entrambe. Solo la seconda. **3.D**

4. *Sia $\varphi\colon I \to \mathbf{R}$ la soluzione massimale del Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = x \operatorname{cotg} t + \frac{1}{2}\operatorname{sen}(2t) \\ x(\pi/2) = 1 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) φ *è una funzione nè pari nè dispari.*

(2) $\lim\limits_{t \to 0} \varphi(t) = +\infty$.

4.A Solo la prima. Solo la seconda. **4.B**
4.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.D**

5. *Siano* $k \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ *e* $f_k\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *data da* $f_k(x,y) = 81(2x+y+1/81)^k$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) k *pari* $\Rightarrow f_k$ *ha un punto di minimo ed un punto di sella*
(2) k *dispari* $\Rightarrow f_k$ *ha un punto di sella in* $(1/2, 82/81)$

5.A solo la seconda solo la prima **5.B**
5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. entrambe **5.D**

6. *Sia* $T = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2+y^2 \le 2, x \ge 0, |y| \le x^2\}$. *Allora* $\iint_T \big(2\cos(2x)\sinh(4y) + 6x + \pi x \arctan y\big)\, dx\, dy =$
6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. $2 + \ln(\pi/4)$ **6.B**
6.C 7 $7/3$ **6.D**

7. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *definita da* $f(x,y) = \begin{cases} \frac{\ln(x^2+3y^4)+y^3+\alpha x+\beta}{x-1+y^2} & se\ (x,y) \in \mathbf{R}^2 \setminus A \\ 0 & se\ (x,y) \in A \end{cases}$, *con* $A = \{(0,0)\} \cup \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x + y^2 = 1\}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f *è derivabile parzialmente in* $(1,0) \Leftrightarrow \alpha = -\beta$.
(2) f *è derivabile parzialmente in* $(0,0) \Leftrightarrow \alpha > 0$.

7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. **7.B**
7.C Entrambe. Solo la prima. **7.D**

8. *Sia* $f_n\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *data da* $f_n(x) = (-1)^n \exp\left(-\frac{1+2x}{n^2}\right) \chi_{[n,2n]}(x)$, *con* $n \in \mathbf{N}$ *e* $n > 0$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f_n *converge uniformemente su* $[0, +\infty[$.
(2) *Il limite puntuale di* f_n *è una funzione definita su* $\mathbf{R}$ *e derivabile ovunque.*

8.A Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **8.B**
8.C Solo la prima. Solo la seconda. **8.D**

9. *Si consideri al variare di* $x_o \in \mathbf{R}$ *il Problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = \max\{0, (x^2-3)(x^2-9)\} \\ x(0) = x_o \end{cases}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $|x_o| \le 3 \Rightarrow$ *esiste un'unica soluzione definita su tutto* $\mathbf{R}$.
(2) *Le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono soddisfatte.*

9.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **9.B**
9.C Solo la seconda. Entrambe. **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	B	B	A	C	C	A	D	D	