

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 1

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4        5        6        7        8        9

Risposta:                                   

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia  $f(x, y) = \int_0^y e^{tx} dt$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è definita e continua su  $\mathbf{R}^2$ .  
 (2)  $f$  è derivabile parzialmente rispetto a  $y$  su  $\mathbf{R}^2$ .

- 1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.  
 1.C Solo la prima.

- Solo la seconda. **1.B**  
 Entrambe. **1.D**

2. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale di  $\begin{cases} \dot{x} = (3-x)(\arctan x)^2 \\ x(0) = 2. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $I = \mathbf{R}$ .                      (2)  $\varphi$  è convessa su  $I$ .

- 2.A Solo la prima.  
 2.C Solo la seconda.

- Entrambe. **2.B**  
 Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.D**

3. In  $\mathbf{R}^2$ , sia  $A$  l'intersezione del semipiano  $x \leq 0$  con il cerchio  $x^2 + y^2 \leq 2$ . Allora

$$\iint_A \left( \frac{\ln(1+x^2+y^2)}{1+x^2+y^2} + \pi y \cos(x^2+y^2) + x^2 \right) dx dy =$$

3.A  $\frac{\pi \ln^2 3}{2}$

$\frac{\pi \ln^2 3}{4} + \frac{\pi}{2}$  **3.B**

3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

$\frac{\pi \ln 3}{2}$  **3.D**

4. Al variare di  $\alpha \neq 0$ , si consideri il problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = \frac{x}{\sqrt{xy}} \\ y(\alpha) = \alpha \end{cases}$  e sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la sua soluzione massimale. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\alpha > 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \sup I} \varphi(x) = +\infty$ .  
 (2)  $I = \mathbf{R}$ .

4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. **4.B**  
 4.C Entrambe. Solo la prima. **4.D**

5. Al variare di  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ , sia  $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = \cos x + n^2 \arctan(x/n^2)$ . Sia  $f$  il limite puntuale di  $f_n$ , ove definito. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1):  $f \in C^\infty(\mathbf{R}; \mathbf{R})$ . (2):  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ .

5.A Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.B**  
 5.C Solo la seconda. Solo la prima. **5.D**

6. Sia  $f \in C^2(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$  con  $\nabla f(0,0) = [0 \ 0]$  e sia  $H_f(0,0)$  la matrice Hessiana di  $f$  calcolata in  $(0,0)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) se  $f(t,t) = \cos t$ , allora  $H_f(0,0)$  non può essere definita positiva  
 (2) se  $f(0,0) = \sup_{\mathbf{R}^2} f$ , allora  $H_f(0,0)$  è semidefinita positiva

6.A entrambe nessuna **6.B**  
 6.C solo la (1) solo la (2) **6.D**

7. Siano  $x_n$  ed  $y_n$  due successioni nello spazio metrico  $(X, d)$  tali che  $\lim_{n \rightarrow +\infty} d(x_n, y_n) = 0$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se  $x_n$  non ha limite allora anche  $y_n$  non ha limite.  
 (2) Se  $x_n$  è limitata, anche  $y_n$  è limitata.

7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **7.B**  
 7.C Entrambe. Solo la seconda. **7.D**

8. L'equazione  $x e^y - 2y + 1 = 0$  definisce in un intorno di  $(0, 1/2)$  implicitamente una funzione  $y = \varphi(x)$  tale che, per  $x \rightarrow 0$ ,

8.A  $\varphi(x) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{e}}{2}x + \frac{e-2\sqrt{e}}{8}x^2 + o(x^2)$ .  $\varphi(x) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{e}}{2}x + \frac{e}{4}x^2 + o(x^2)$ . **8.B**

8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.  $\varphi(x) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{e}}{2}x - \frac{e-2\sqrt{e}}{8}x^2 + o(x^2)$ . **8.D**

9. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x,y) = \arctan(4 \sin^2 y + 3 \ln(x^2 + 1))$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  ammette infiniti punti di minimo assoluto.  
 (2)  $f$  ammette infiniti punti di sella.

9.A Entrambe. Solo la prima. **9.B**  
 9.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	A	B	D	D	C	C	B	A	