

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 6

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Risposta:

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \arctan(4 \sin^2 y + 3 \ln(x^2 + 1))$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f ammette infiniti punti di minimo assoluto.
 (2) f ammette infiniti punti di sella.

1.A Solo la seconda. Solo la prima. 1.B
 1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. 1.D

2. In un intorno di $(0, 1/2)$, l'equazione $xe^y - 2y + 1 = 0$ definisce una funzione $y = \varphi(x)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\varphi'(0) + 2\varphi''(0) = \sqrt{e} + e$
 (2) $\varphi(x) = 1/2 + (\sqrt{e}/2)x + (e/4)x^2 + o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$

2.A entrambe solo la (1) 2.B
 2.C solo la (2) Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 2.D

3. Sia $x = \varphi(t)$ la soluzione massimale di $\begin{cases} \dot{x} = \sin t + t \sin(8x) \\ x(0) = 0 \end{cases}$. Allora necessariamente

3.A $\ddot{\varphi}(0) = 0$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 3.B
 3.C $\ddot{\varphi}(0) = 8$ $\ddot{\varphi}(0) = 1$ 3.D

4. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 1/(x\sqrt{\ln^2 x}) \\ y(e) = 3 \end{cases}$. Allora

4.A φ è strettamente negativa Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 4.B
 4.C φ ha un asintoto orizzontale a $+\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\varphi(x)} = 0$ 4.D

5. Sia $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = \frac{5^n x}{1 + n^2 5^n x^2}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f_n converge uniformemente su $[0, 3]$.
 (2) f_n converge puntualmente su $[2, 5]$.

- 5.A** Solo la seconda. Solo la prima. **5.B**
5.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.D**

6. Dati $\alpha \in [0, +\infty[$ e $\beta \in \mathbf{R}$, sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\beta x^2 - 4|xy|^\alpha + \beta y^2}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ \beta & \text{altrimenti.} \end{cases}$

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è differenziabile in $(0, 0) \iff \alpha > 3/2$.
 (2) f è continua in $(0, 0) \iff \alpha \geq 1$.

- 6.A** Entrambe. Solo la prima. **6.B**
6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. **6.D**

7. Sia (X, d) uno spazio metrico e sia $f: X \rightarrow X$ una funzione. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se f è una contrazione ed è invertibile, allora l'inversa f^{-1} è una contrazione.
 (2) Se f è Lipschitz, allora $f \circ f$ è Lipschitz.

- 7.A** Solo la prima Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **7.B**
7.C Solo la seconda Entrambe **7.D**

8. Sia \mathcal{P} la parabola con asse parallelo all'asse x , vertice $V(1, 0)$ e passante per $A(2, 1)$. Sia \mathcal{T} la regione limitata di piano compresa tra \mathcal{P} e la retta di equazione $x = 2$. Allora

$$\int \int_{\mathcal{T}} (xy^2 + e^x \sin^3 y + x^4 \arctan y) dx dy =$$

- 8.A** $16/35$ $3/7$ **8.B**
8.C $6/7$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **8.D**

9. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è derivabile in $(0, 0)$ e $\partial_x f(0, 0) = \partial_y f(0, 0) = 1$.
 (2) f è differenziabile in $(0, 0)$.

- 9.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **9.B**
9.C Solo la seconda. Entrambe. **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 6

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	C	D	B	A	B	C	A	B	