

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 5

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="checkbox"/>								

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano  $a \in \mathbf{R}$ ,  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$  e  $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = n^{a-1} \left( 1 - e^{x/(n+1)} + \frac{x}{n+1} \right)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $a < 3 \Rightarrow f_n$  converge uniformemente sui compatti di  $\mathbf{R}$  a una funzione limitata.  
 (2)  $\forall a \in \mathbf{R}$ ,  $f_n$  non converge uniformemente su  $\mathbf{R}$ .

1.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **1.B**  
 1.C Solo la seconda. Entrambe. **1.D**

2. Sia  $f \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}, \mathbf{R})$  avente la retta  $y = 2x + 3$  come asintoto obliquo a  $-\infty$  ed a  $+\infty$ . Si consideri il problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(1) = x_0 \end{cases}$  con  $x_0 \in \mathbf{R}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per ogni  $x_0 \in \mathbf{R}$ , le ipotesi del Teorema di Cauchy locale sono soddisfatte  
 (2) Per ogni  $x_0 \in [3, +\infty[$ , le ipotesi del Teorema di Cauchy globale sono soddisfatte

2.A Solo la prima Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.B**  
 2.C Solo la seconda Entrambe **2.D**

3. Al variare di  $\beta \in \mathbf{R}$ , sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x, y) = \begin{cases} 2x^2 + y + 3 & \text{se } |y| \geq x^2, \\ 3x - y + \beta^2 - 1 & \text{altrimenti.} \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è derivabile rispetto a  $x$  in  $(0, 0) \Rightarrow \beta > 0$ .  
 (2)  $\beta = 2 \Rightarrow f$  è derivabile in  $(0, 0)$ .

3.A Entrambe. Solo la prima. **3.B**  
 3.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.D**

4. Sia  $A = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} \leq 1 \right\}$ . Si calcoli l'integrale  $\int \int_A f(x, y) dx dy$  dove la funzione  $f: A \rightarrow \mathbf{R}$  è data da  $f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{se } y \geq 0, \\ \arctan\left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3}\right) + y \sin x + xy|x| & \text{se } y < 0. \end{cases}$

- 4.A  $\frac{\sqrt{3}}{4} \pi \frac{\pi - 2 \ln 2}{4}$ . 4.B  $\frac{\sqrt{3} \pi - \ln 2}{4} \pi$ .  
 4.C  $\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi^2 \ln 2}{2}$ . Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 4.D

5. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del problema di Cauchy  $\begin{cases} \left(y' - \frac{1}{x}\right) e^y + x^3 = 0 \\ y(1) = \ln(2/3) \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1):  $\varphi$  ammette un asintoto verticale (2):  $I$  è illimitato.  
 5.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 5.B  
 5.C Entrambe. Solo la seconda. 5.D

6. Si vuole riscrivere l'equazione  $3x^{51} + \sinh(y + x^2 + y^2) + \ln(e + x^2 + y^2) = 1$  in forma equivalente come  $y = \varphi(x)$  in un intorno di  $(0, 0)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Il Teorema della Funzione Implicita assicura che ciò è possibile.  
 (2)  $x = 0$  è punto di flesso per  $\varphi$ .

- 6.A Solo la prima. Entrambe. 6.B  
 6.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 6.D

7. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} xe^y - x^2 & x \geq e^y \\ \frac{y^3}{x^2 + y^2} & x < e^y \text{ e } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ .

- 7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.  $f$  è differenziabile su  $\mathbf{R}^2$  7.B  
 7.C  $f$  non è continua su tutto  $\mathbf{R}^2$   $f$  ammette in  $(0, 0)$  derivate parziali coincidenti 7.D

8. Siano  $(X, d)$  uno spazio metrico,  $x: \mathbf{N} \mapsto X$  una successione convergente ad un  $x_* \in X$  ed  $A = x(\mathbf{N})$  l'insieme dei valori assunti dalla successione. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $x_* \in \mathring{A}$   
 (2)  $x_*$  può essere isolato per  $A$

- 8.A Solo la seconda Solo la prima 8.B  
 8.C Nessuna delle due Entrambe 8.D

9. Siano  $k \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$  e  $f_k: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_k(x, y) = (-x \ln(e-1) - y - e^2)^k$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\forall k, f_k$  ammette al più un punto di massimo locale  
 (2)  $k = 12 \Rightarrow f_k$  ammette almeno un punto di massimo locale

- 9.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. solo la seconda 9.B  
 9.C entrambe solo la prima 9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	D	C	A	A	A	C	A	A	