

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 4

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:      1          2          3          4          5          6          7          8          9

Risposta:                                     

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sinh(xy) + 2x^2 - y}{1 + x^2} & |y| \leq \sqrt{|x|} \text{ e } y = -x^2 \\ \frac{x^2 + (\beta - 1)y + y^2}{y + x^2} & \text{altrimenti} \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è derivabile parzialmente in  $(0, 0) \iff \beta = 1$ .  
 (2)  $f$  è differenziabile in  $(0, 0)$  per almeno un  $\beta \in \mathbf{R}$ .

1.A Solo la prima. Solo la seconda. **1.B**  
 1.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **1.D**

2. Sia  $\varphi_\alpha: I_\alpha \rightarrow \mathbf{R}$ , con  $I_\alpha \subseteq \mathbf{R}$ , soluzione massimale del problema  $\begin{cases} y'' - y' - 2y = x e^{-2x} \\ y(0) = 5/16 \\ y'(1) = \alpha \end{cases}$ .

- 2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.  
 2.B Questo problema soddisfa alle ipotesi del teorema di Cauchy Locale.  
 2.C  $\forall \alpha \in \mathbf{R}$ ,  $I_\alpha = \mathbf{R}$  e  $\varphi_\alpha \in C^\infty(\mathbf{R}; \mathbf{R})$ .  
 2.D  $\lim_{x \rightarrow \sup I_\alpha} \varphi_\alpha = +\infty$ , per ogni  $\alpha \in \mathbf{R}$ .

3. Sia  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \in [0, \ln 3] \text{ e } y \in [1, e]\}$ . Allora  $\iint_A \frac{2y}{1 + e^{2x}} dx dy =$

- 3.A  $\frac{e^2 - 1}{2} (2 \ln 3 - \ln 5)$   $\frac{e^2 - 1}{2} (\ln 9 + \ln 5)$  **3.B**  
 3.C  $\frac{e^2 - 1}{2} (\ln 6 - \ln 5)$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.D**

4. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} x^2 & \text{se } y = x^2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è continua in  $(0, 0)$   
 (2)  $f$  è derivabile su  $\mathbf{R}^2$

4.A Solo la 2 Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 4.B  
 4.C Entrambe Solo la 1 4.D

5. Dato  $\alpha \in \mathbf{R}$ , sia  $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = n^{1+\alpha} x e^{\pi-|x|}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se  $\alpha < -1$ , la successione converge uniformemente in  $\mathbf{R}$   
 (2) per  $\alpha > -1$ , la successione non converge puntualmente su tutto  $\mathbf{R}$

5.A Solo la prima Solo la seconda 5.B  
 5.C Entrambe Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 5.D

6. Si consideri l'uguaglianza  $(3 + x^2)y + e^x y^3 + \cos(x + y) = 0$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Il Teorema della Funzione Implicita assicura esistenza e unicità di  $y = \varphi(x)$  in un intorno di  $(0, 0)$   
 (2) Definisce implicitamente un'unica funzione  $y = \varphi(x)$ , con  $\varphi$  definita su tutto  $\mathbf{R}$ .

6.A Solo la seconda Entrambe 6.B  
 6.C Solo la prima Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 6.D

7. Si consideri il Problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} + \arctan x = \pi/2 \\ x(0) = \alpha \end{cases}$  con  $\alpha \in \mathbf{R}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per ogni  $\alpha \in \mathbf{R}$ , ammette un'unica soluzione definita su tutto  $\mathbf{R}$ .  
 (2) Qualunque soluzione è una funzione dispari.

7.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 7.B  
 7.C Entrambe Solo la seconda. 7.D

8. Si consideri lo spazio metrico  $(X, d)$ , dove  $X$  è un insieme contenente almeno 2 elementi e  $d$  la metrica discreta su  $X$ . Sia  $A$  un sottoinsieme non vuoto di  $X$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) La chiusura di  $A$  coincide con  $X$ .  
 (2)  $X$  è sconnesso.

8.A Solo la seconda. Solo la prima. 8.B  
 8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. 8.D

9. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = x \sqrt[3]{(y-x)^2}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  ammette un unico punto stazionario non di estremo.  
 (2)  $f$  non ha massimo assoluto ma ha infiniti punti di massimo relativo.

9.A Solo la seconda. Solo la prima. 9.B  
 9.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. 9.D

A.A. 22/23 - Scritto n. 4 A.1

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	A	C	A	D	C	A	A	A	D	