Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 3

Matricola: | | | | | | |

Cognome:..Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:									

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. *Il problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$ *soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale, con* $f\colon A \to \mathbf{R}$ *e* $1 \in \mathring{A}$, *con* $A \subseteq \mathbf{R}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\begin{cases} \dot{x} = f(3\,x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$ *soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale*

(2) $\begin{cases} \dot{x} = 3\,f(x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$ *soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale*

1.A Entrambe. Solo la seconda. **1.B**
1.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **1.D**

2. *Al variare di* $\alpha \in [0, +\infty[$, *si consideri la funzione* $f_\alpha\colon \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \mapsto \mathbf{R}$ *definita da* $f_\alpha(x,y) = \dfrac{|x|^\alpha + |y|}{|x| + |y|^\alpha}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f_1(x,y) = 0$

(2) *Per ogni* $\alpha > 2$, $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f_\alpha(x,y)$ *non esiste o non è finito*

2.A solo la prima nessuna delle due **2.B**
2.C entrambe solo la seconda **2.D**

3. *La soluzione del problema di Cauchy* $\begin{cases} y' - 4xy = x^3 \\ y(0) = -1/8 \end{cases}$

3.A è dispari ammette almeno un punto di flesso **3.B**
3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. è crescente **3.D**

4. *La funzione* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita in un intorno di* $(0,0)$, *definendo una funzione* $y = \varphi(x)$. *Si consideri l'equazione* $f(x, y^3) = 0$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $f(x,y^3) = 0$ *definisce implicitamente un'unica funzione continua* $y = \psi(x)$.

(2) $f(x,y^3) = 0$ *soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita in un intorno di* $(0,0)$.

4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. **4.B**
4.C Solo la prima. Entrambe. **4.D**

5. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\arctan(3x^2+2y^2)}{(3x^2+2y^2)^{\alpha-2}} & y<1,\ (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)\in\{(0,0),\,(0,2)\} \\ \dfrac{3(y-2)x}{x^2+(y-2)^2} & y\geq 1 \text{ e } (x,y)\neq(0,2). \end{cases}$ *con* $\alpha \in \mathbf{R}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f *è differenziabile in* $(0,2)$ *se e solo se* $\alpha < 3/2$.
(2) f *è differenziabile in* $(0,0)$ *se e solo se* $\alpha < 5/2$.

5.A Entrambe. Solo la prima. **5.B**
5.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.D**

6. *Sia* $f_n\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *data da* $f_n(x) = \frac{2nx}{3n^2+4x^2} - \operatorname{arcsen}\frac{x^2}{n+2x^2}$ *per* $n \in \mathbf{N}\setminus\{0\}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f_n *converge puntualmente su* $\mathbf{R}$.
(2) f_n *converge uniformemente sui sottoinsiemi limitati di* $\mathbf{R}$.

6.A Entrambe. Solo la seconda. **6.B**
6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **6.D**

7. *Dato uno spazio metrico* (X,d), *sia* $A \subseteq X$ *non vuoto e sia* $f\colon X \mapsto X$ *data da* $f(x) = \inf\{d(x,\xi)\colon \xi \in A\}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $x \in \bar{A} \quad \Rightarrow \quad f(x) = 0$
(2) $f(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x \in \mathring{A}$

7.A nessuna solo la (1) **7.B**
7.C entrambe solo la (2) **7.D**

8. *Si consideri la funzione* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = x^2(5x+y^2-1)$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f *non ammette punti di sella.*
(2) f *non ammette punti di massimo relativo.*

8.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **8.B**
8.C Entrambe. Solo la seconda. **8.D**

9. *Sia* $Q = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq 0\,, \quad x^2+y^2 \leq 2\,, \quad |x| \leq y^2\big\}$. *Allora*

$$\int\!\!\int_Q \Big(3y + 2x + \cos(3y)\arctan(8x^3) + 3y\sinh(2x)\Big)\,dxdy =$$

9.A $\operatorname{sen} 6 + 2\cosh 6$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **9.B**
9.C $2\arccos 6$ $7/2$ **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 3

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	B	D	C	C	C	A	B	B	D	