

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 1

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:	<input style="width: 40px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 40px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. La funzione $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = (x^2 + y^2) \frac{e^{-x^2}}{e^{y^2}}$
- 1.A ha un unico punto di minimo e il luogo dei punti di massimo non è chiuso
 - 1.B ha infiniti punti di minimo e il luogo dei punti di massimo è un compatto
 - 1.C non ammette minimo assoluto ed il massimo assoluto è $1/e$
 - 1.D Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

2. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, sia $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2 + y^2}{1 - x^2 - y^2} & \text{se } x^2 + y^2 \neq 1 \\ \alpha & \text{se } x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se $\alpha = 0$, allora f_α è continua in $(1, 0)$
- (2) $\forall \alpha > 0$, f_α non è continua in $(1, 0)$

- 2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda **2.B**
- 2.C Solo la prima Entrambe **2.D**

3. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \in [1, 4] \text{ e } x \leq 0\}$. Allora $\iint_A \left(\frac{(x^2 + y^2)^{-2} x^2 + x \sinh y}{1 + \ln \sqrt{x^2 + y^2}} \right) dx dy =$
- 3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 1 - $(\pi/2) + \pi \ln 16$ **3.B**
 - 3.C $(\pi/2) \ln(1 + \ln 2)$ $\pi \ln 16$ **3.D**

4. Siano x_n e y_n due successioni nello spazio metrico (X, d) . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} d(x_n, y_n) = 0 \Rightarrow x_n$ ed y_n ammettono limite in X
- (2) Se x_n ed y_n ammettono limite in $X \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} d(x_n, y_n) = 0$

- 4.A solo la seconda nessuna delle due **4.B**
- 4.C solo la prima entrambe **4.D**

5. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{3x^3}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f è differenziabile in $(0, 0)$.

(2) f ammette derivata direzionale $D_v f$ in $(0, 0)$ lungo qualunque versore v .

5.A Solo la prima.

Entrambe. 5.B

5.C Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 5.D

6. Siano φ e ψ , rispettivamente, soluzioni dei problemi di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = \sin^3 x \\ x(0) = 3 \end{cases}$ e $\begin{cases} \dot{x} = \sin^3 x \\ x(0) = 7 \end{cases}$. Allora:

6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

$\lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \psi(t)$ 6.B

6.C $\lim_{t \rightarrow +\infty} (\psi(t) - \varphi(t))$ esiste finito ed è maggiore di 1

$\lim_{t \rightarrow +\infty} (\psi(t) - \varphi(t)) = +\infty$ 6.D

7. La soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} y y' = (y^2 + 1)x \\ y(0) = 3 \end{cases}$ è:

7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

superiormente limitata. 7.B

7.C dispari.

definita su tutto \mathbf{R} . 7.D

8. Data $f \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}; \mathbf{R})$, si consideri l'equazione $f(x + y) = 0$ al fine di definire implicitamente, se possibile, una funzione $y = \varphi(x)$ continua dove definita. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Se f è strettamente monotona, le ipotesi del Teorema della Funzione Implicita sono soddisfatte.

(2) φ esiste, possibilmente non unica, definita e continua su \mathbf{R}

8.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la prima 8.B

8.C Solo la seconda

Entrambe 8.D

9. Sia $f_n: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ una successione di funzioni convergenti puntualmente su \mathbf{R} alla funzione $x \mapsto x \cos x$. È allora certamente vero che:

9.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

la convergenza non è uniforme su \mathbf{R} 9.B

9.C per n grande, $f_n \in \mathbf{C}^0(\mathbf{R}; \mathbf{R})$

per n grande, $f_n(\pi) \leq 0$ 9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	B	C	B	C	C	D	A	D	