

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 19/20 - Scritto n. 2

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano $\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1/4\}$ ed $f: \mathcal{D} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \sqrt{|x+y|} \exp(-x^2 - y^2)$.
1.A $\max_{\mathcal{D}} f = (2e)^{-1/4}$ f ha esattamente 2 punti di minimo assoluto. **1.B**
1.C f ha un unico punto di massimo assoluto. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **1.D**

2. Siano $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \in [1, 4]\}$ ed R il rettangolo di vertici $(7, 0)$, $(7, 7)$, $(-7, 0)$ e $(-7, 7)$. Allora
 $\iint_{A \cap R} \left(\frac{y}{\sqrt{3x^2 + 3y^2}} + 5 \arctan x \right) dx dy =$
2.A $\sqrt{3} \pi$. $\sqrt{3}/2$. **2.B**
2.C $\sqrt{3}$. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.D**

3. Sia $\varphi_\alpha: I_\alpha \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 2y' - 8y = e^{-x} \\ y(0) = \alpha \\ y'(0) = 0. \end{cases}$
3.A $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi_\alpha(x) = +\infty \iff \alpha > 3$. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi_\alpha(x) = 0 \iff \alpha = -2$. **3.B**
3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. $\exists \alpha \in \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi_\alpha(x) = +\infty$ **3.D**

4. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} 5x^2 + 3y^3 \ln \left(\frac{x^4 + 3y^4}{x^4 + y^4} \right) & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?
(1) f è non derivabile su \mathbf{R}^2 .
(2) f è differenziabile in $(0, 0)$.

- 4.A** Solo la prima. Entrambe. **4.B**
4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. **4.D**

5. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x) = \frac{3}{\sqrt{2}}(\cos x - \sin x)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?
(1) f è Lipschitziana su \mathbf{R} .
(2) f è una contrazione.

5.A Solo la seconda.

Solo la prima. **5.B**

5.C Entrambe.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.D**

6. Dato $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 2x^2 + 3y^2 > 1\}$, si consideri il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 1/(\sqrt{2x^2 + 3y^2} - 1) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$ con $x_0, y_0 \in \mathbf{R}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $\forall (x_0, y_0) \in A$, questo problema soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale.

(2) $\forall (x_0, y_0) \in A$, la soluzione è strettamente monotona.

6.A Entrambe

Solo la prima. **6.B**

6.C Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **6.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 19/20 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: A C D D B A