

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 19/20 - Scritto n. 2

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Risposta:

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. La serie $\sum_{n=0}^{+\infty} e^{-\sqrt{n}x^2} \arctan\left(1 + \frac{2nx}{\ln(|x|+e)}\right)$

1.A converge totalmente su ogni compatto di \mathbf{R} .

converge uniformemente su \mathbf{R} . **1.B**

1.C converge puntualmente su $[1, 10]$.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **1.D**

2. Data una funzione $g \in C^1(\mathbf{R}; \mathbf{R})$, sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ data da $f(x, y) = (\exp(g(x) + g(y)), g(x) + g(y))$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Per (almeno) una funzione g , f è globalmente invertibile. (Suggerimento: f è iniettiva?)

(2) Per qualunque funzione g , f non soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Inversa in (3, 4).

2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Entrambe. **2.B**

2.C Solo la seconda.

Solo la prima. **2.D**

3. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sin x + \cos x)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f è Lipschitziana su \mathbf{R} .

(2) f è una contrazione.

3.A Entrambe.

Solo la prima. **3.B**

3.C Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.D**

4. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} 4x^2 + y^3 \ln\left(\frac{x^4 + 3y^4}{x^4 + y^4}\right) & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f è derivabile su \mathbf{R}^2 .

(2) f è differenziabile in $(0, 0)$.

- 4.A Solo la seconda. Solo la prima. 4.B
 4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. 4.D

5. Dato $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 3x^2 + 2y^2 > 1\}$, si consideri il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 1/(\sqrt{3x^2 + 2y^2} - 1) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$ con $x_0, y_0 \in \mathbf{R}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\forall (x_0, y_0) \in A$, questo problema soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale.
 (2) $\forall (x_0, y_0) \in A$, la soluzione è strettamente monotona.

- 5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe 5.B
 5.C Solo la seconda. Solo la prima. 5.D

6. Siano $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \in [1, 4]\}$ ed R il rettangolo di vertici $(0, 6)$, $(6, 6)$, $(0, -6)$ e $(6, -6)$. Allora $\int \int_{A \cap R} \left(\frac{x}{\sqrt{2x^2 + 2y^2}} + 6 \arctan y \right) dx dy =$

- 6.A $3/\sqrt{2}$. $1/\sqrt{2}$. 6.B
 6.C $\sqrt{2}\pi$. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 6.D

7. Al variare di $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, sia $f_n: [0, +\infty[\rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = 1 + n \operatorname{sen} \left(\frac{x \arctan x}{n^2} \right)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f_n ammette limite puntuale su $[0, +\infty[$.
 (2) f_n ammette limite uniforme su $[0, 10]$.

- 7.A Entrambe. Solo la seconda. 7.B
 7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. 7.D

8. Siano $\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1/4\}$ ed $f: \mathcal{D} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \sqrt{|x + y|} \exp(-x^2 - y^2)$.

- 8.A f ha infiniti punti di minimo assoluto. f ha un unico punto di massimo assoluto. 8.B
 8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. $\max_{\mathcal{D}} f = e^{-1/4}$ 8.D

9. Sia $\varphi_\alpha: I_\alpha \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 2y' - 8y = e^{-x} \\ y(0) = \alpha \\ y'(0) = 0 \end{cases}$.

- 9.A $\forall \alpha \in \mathbf{R}, \lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi_\alpha(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi_\alpha(x) = +\infty \iff \alpha > 3$. 9.B
 9.C $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi_\alpha(x) = 0 \iff \alpha = -1/12$. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 19/20 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	C	A	D	B	A	A	A	C	