

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 19/20 - Scritto n. 2

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4        5        6        7        8        9

Risposta:                                   

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. La serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} e^{-\sqrt{n}x^2} \arctan\left(1 + \frac{2nx}{\ln(|x|+e)}\right)$

1.A converge totalmente su ogni compatto di  $\mathbf{R}$ .

converge uniformemente su  $\mathbf{R}$ .    **1.B**

1.C converge puntualmente su  $[1, 10]$ .

Nessuna delle altre affermazioni è esatta.    **1.D**

2. Data una funzione  $g \in C^1(\mathbf{R}; \mathbf{R})$ , sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$  data da  $f(x, y) = (\exp(g(x) + g(y)), g(x) + g(y))$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Per (almeno) una funzione  $g$ ,  $f$  è globalmente invertibile. (Suggerimento:  $f$  è iniettiva?)

(2) Per qualunque funzione  $g$ ,  $f$  non soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Inversa in (3, 4).

2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Entrambe.    **2.B**

2.C Solo la seconda.

Solo la prima.    **2.D**

3. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sin x + \cos x)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $f$  è Lipschitziana su  $\mathbf{R}$ .

(2)  $f$  è una contrazione.

3.A Entrambe.

Solo la prima.    **3.B**

3.C Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta.    **3.D**

4. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} 4x^2 + y^3 \ln\left(\frac{x^4 + 3y^4}{x^4 + y^4}\right) & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $f$  è derivabile su  $\mathbf{R}^2$ .

(2)  $f$  è differenziabile in  $(0, 0)$ .

- 4.A Solo la seconda. Solo la prima. 4.B  
 4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. 4.D

5. Dato  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 3x^2 + 2y^2 > 1\}$ , si consideri il problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = 1/(\sqrt{3x^2 + 2y^2} - 1) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$  con  $x_0, y_0 \in \mathbf{R}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\forall (x_0, y_0) \in A$ , questo problema soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale.  
 (2)  $\forall (x_0, y_0) \in A$ , la soluzione è strettamente monotona.

- 5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe 5.B  
 5.C Solo la seconda. Solo la prima. 5.D

6. Siano  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \in [1, 4]\}$  ed  $R$  il rettangolo di vertici  $(0, 6)$ ,  $(6, 6)$ ,  $(0, -6)$  e  $(6, -6)$ . Allora  $\int \int_{A \cap R} \left( \frac{x}{\sqrt{2x^2 + 2y^2}} + 6 \arctan y \right) dx dy =$

- 6.A  $3/\sqrt{2}$ .  $1/\sqrt{2}$ . 6.B  
 6.C  $\sqrt{2}\pi$ . Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 6.D

7. Al variare di  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ , sia  $f_n: [0, +\infty[ \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = 1 + n \operatorname{sen} \left( \frac{x \arctan x}{n^2} \right)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f_n$  ammette limite puntuale su  $[0, +\infty[$ .  
 (2)  $f_n$  ammette limite uniforme su  $[0, 10]$ .

- 7.A Entrambe. Solo la seconda. 7.B  
 7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. 7.D

8. Siano  $\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1/4\}$  ed  $f: \mathcal{D} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \sqrt{|x + y|} \exp(-x^2 - y^2)$ .  
 8.A  $f$  ha infiniti punti di minimo assoluto.  $f$  ha un unico punto di massimo assoluto. 8.B  
 8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.  $\max_{\mathcal{D}} f = e^{-1/4}$  8.D

9. Sia  $\varphi_\alpha: I_\alpha \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del problema di Cauchy  $\begin{cases} y'' + 2y' - 8y = e^{-x} \\ y(0) = \alpha \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ .  
 9.A  $\forall \alpha \in \mathbf{R}, \lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi_\alpha(x) = +\infty$   $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi_\alpha(x) = +\infty \iff \alpha > 3$ . 9.B  
 9.C  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi_\alpha(x) = 0 \iff \alpha = -1/12$ . Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 19/20 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

|            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|            | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| Compito A: | C | C | A | D | B | A | A | A | C |   |