

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 18/19 - Scritto n. 3

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ data da $f(x, y, z) = (\sin x - 2y + 3z, \int_1^x \ln(\sqrt{2} + t^8) dt, \cos x + y - 2z)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è localmente invertibile in un intorno di qualunque punto di \mathbf{R}^3 .
 (2) f è iniettiva.

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. **1.B**
 1.C Solo la seconda. Solo la prima. **1.D**

2. Siano $\alpha \geq 0$ e $\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ e $f_\alpha: \mathcal{D} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_\alpha(x, y) = \alpha y^2 + e^{-2x^2}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per infiniti valori di α , $\min_{\mathcal{D}} f_\alpha = 1/e^2$.
 (2) $\exists \alpha \in \mathbf{R}$ tale che $\max_{\mathcal{D}} f_\alpha = 1$.

2.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.B**
 2.C Entrambe. Solo la seconda. **2.D**

3. Dati $\alpha \in [0, +\infty[$ e $\beta \in \mathbf{R}$, sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\beta x^2 - 4|xy|^\alpha + \beta y^2}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ \beta & \text{altrimenti.} \end{cases}$
 Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è differenziabile in $(0, 0) \iff \alpha > 3/2$.
 (2) f è continua in $(0, 0) \iff \alpha \geq 1$.

3.A Solo la seconda. Entrambe. **3.B**
 3.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.D**

4. Sia $f \in C^1(\mathbf{R}, \mathbf{R})$ tale che $|f(x)| \leq 6|x|$ e si consideri il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(x^2) \\ x(0) = x_0. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Questo problema, per ogni $x_0 \in \mathbf{R}$, ammette un'unica soluzione definita su \mathbf{R} .
 (2) Esiste al più un $x_0 \in \mathbf{R}$ tale che questo problema ha una soluzione stazionaria.

4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la Seconda. **4.B**

4.C Entrambe.

Solo la prima. **4.D**

5. Sia (X, d) uno spazio metrico compatto e sia A un sottoinsieme non vuoto di X . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se A è limitato, allora A è compatto.
 (2) Se A è chiuso, allora A è compatto.

5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la seconda. **5.B**

5.C Solo la prima.

Entrambe. **5.D**

6. Sia Q il quadrilatero di vertici $(0, 0)$, $(3, 3)$, $(0, 5)$ e $(-3, 2)$. Allora $\iint_Q \frac{(y-x)\ln(1+2x+3y)}{1+2x+3y} dx dy =$

6.A $20 \ln^2 2$

$-(5/4) \ln 8$ **6.B**

6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

$-5 \ln 2$ **6.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 18/19 - Scritto n. 3

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: B C C A B A