

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 18/19 - Scritto n. 1

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Si vuole riscrivere l'equazione  $3x^{51} + \sinh(y + x^2 + y^2) + \ln(e + x^2 + y^2) = 1$  in forma equivalente come  $y = \varphi(x)$  in un intorno di  $(0,0)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Il Teorema della Funzione Implicita assicura che ciò è possibile.  
 (2)  $x = 0$  è punto di flesso per  $\varphi$ .

1.A Solo la seconda. Entrambe. 1.B  
 1.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 1.D

2. Al variare di  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$  ed  $\alpha \in \mathbf{R}$ , sia  $f_n: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = n^\alpha (1 - x^2)^n x + \frac{\sin(nx)}{\sqrt{n}}$ . Sia  $f$  il limite puntuale di  $f_n$ , ove esiste finito. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se  $\alpha \leq 0$ , allora  $f_n \xrightarrow{p} f$  su  $[0, 1]$  e  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x) dx = \int_0^1 f(x) dx$ .  
 (2)  $f_n \xrightarrow{u} f$  su  $[0, 1] \iff \alpha < 1/2$ .

2.A Solo la seconda. Solo la prima. 2.B  
 2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. 2.D

3. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del Problema di Cauchy  $\begin{cases} y' + \frac{2}{x}y = \frac{\sin(4x)}{x^2} \\ y(-\pi/8) = 64/\pi^2 \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\varphi$  è una funzione pari. (2)  $\varphi$  ha un asintoto verticale.

3.A Entrambe. Solo la seconda. 3.B  
 3.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 3.D

4. Al variare di  $x \in \mathbf{R}$  e  $\lambda \in \mathbf{R}$ , si consideri la serie  $\sum_{n=11}^{+\infty} \frac{x}{n^{1+\lambda}(1+n x^2)}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $\lambda > -1 \Rightarrow$  la serie converge puntualmente su  $\mathbf{R}$ .

(2) La serie converge totalmente su  $\mathbf{R} \iff \lambda > -1/2$ .

4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Entrambe. 4.B

4.C Solo la seconda.

Solo la prima. 4.D

5. Siano  $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 25\}$  ed  $\Omega$  il quadrilatero di vertici  $(0, 0)$ ,  $(3/2, 3/2)$ ,  $(2, 0)$  e  $(1/2, -3/2)$ .

Sia  $f(x, y) = \begin{cases} (y-x) \cos\left(\frac{\pi}{4}(3x+y)\right) & (x, y) \in \Omega \\ 0 & (x, y) \in C \setminus \Omega \end{cases}$ . Allora,  $\iint_C f(x, y) dx dy =$

5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

$2\pi - 6$  5.B

5.C  $2/\pi$

$2\pi/9$  5.D

6. Data  $\varphi \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}; \mathbf{R})$  con  $\varphi' > 0$ , sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x, y) = \varphi(x^4 + y^4 - 2(x-y)^2)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $f$  ha esattamente 2 punti di minimo locale distinti.

(2)  $f$  non ha punti di massimo locale.

6.A Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.B

6.C Solo la seconda.

Entrambe. 6.D

7. In  $\mathbf{R}^2$  munito della metrica euclidea, sia  $A = [0, \pi] \times [\sqrt{2}, +\infty[$  e  $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |x| + |y| > 1\}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $B$  è completo.

(2)  $A$  è completo.

7.A Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 7.B

7.C Entrambe.

Solo la seconda. 7.D

8. Si consideri il Problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = e^{-x^2} + t^4 \\ x(0) = 0. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Questo Problema di Cauchy ammette una soluzione che ha un punto di minimo in  $t = 0$ .

(2) Questo Problema di Cauchy ammette un'unica soluzione definita su tutto  $\mathbf{R}$ .

8.A Solo la seconda.

Entrambe. 8.B

8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la prima. 8.D

9. Al variare di  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbf{R}^+$ , sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \frac{|x|^\alpha |y|^\beta}{(4x^2 + y^2)^\gamma}$  per  $(x, y) \neq (0, 0)$  e da  $f(0, 0) = 0$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $f$  è differenziabile in  $(0, 0) \iff \alpha + \beta > 1 + 2\gamma$ .

(2)  $f$  è continua su  $\mathbf{R}^2 \iff \alpha + \beta > 2\gamma$ .

9.A Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 9.B

9.C Solo la seconda.

Entrambe. 9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 18/19 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: C D B B C D D A D