

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 1

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$ e sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{-x^2-y}}{\sqrt{x^2+(y-1)^2}} & \text{se } y > e^{-x^2} \\ \alpha^2 - 5\alpha + 6 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \\ \frac{x^2}{\sqrt{x^2+y^2}} \int_0^{y^2} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{t^n}{n!} dt & \text{altrimenti} \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\nexists \alpha \in \mathbf{R}: f$ è continua in $(0, 1)$
 (2) f è continua in $(0, 0)$ se e solo se $\alpha \in \{2, 3\}$.

1.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**
 1.C Entrambe. Solo la seconda. **1.D**

2. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \frac{x^2}{3} + y^2$ e sia $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x = \sqrt{4 - (y - 1)^2}\}$. Si consideri f vincolata a C . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\frac{\max_C f}{\min_C f} = 9$.
 (2) Su C , f ammette un unico punto di massimo assoluto.

2.A Solo la seconda. Solo la prima. **2.B**
 2.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.D**

3. Data $g \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}; \mathbf{R})$, sia $f(x, y) = (g'(x) + \arctan g(y), g'(y) + \arctan g(x))$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\exists g \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}; \mathbf{R})$ tale che f è localmente invertibile in un intorno di un qualunque $(x_0, y_0) \in \mathbf{R}^2$.
 (2) $\forall g \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}; \mathbf{R})$, f è localmente invertibile in un intorno di $(0, 0)$.

3.A Entrambe. Solo la seconda. **3.B**

A.A. 15/16 - Scritto n. 1 **A.0**

3.C Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.D**

4. Sia $\varphi_\alpha: I_\alpha \rightarrow \mathbf{R}$, con $I_\alpha \subseteq \mathbf{R}$, soluzione massimale del problema
$$\begin{cases} y'' - y' - 2y = x e^{-2x} \\ y(0) = 5/16 \\ y'(1) = \alpha \end{cases}.$$

4.A $\lim_{x \rightarrow \sup I_\alpha} \varphi_\alpha = +\infty$, per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$.

4.B $\exists \alpha \in \mathbf{R}$ tale che $I_\alpha = \mathbf{R}$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi_\alpha(x) = 0$.

4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

4.D Questo problema soddisfa alle ipotesi del teorema di Cauchy Locale.

5. Sia Q il quadrilatero di vertici $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$ e $(0, -1)$. Allora

$$\int \int_Q (64(x-y)(x^2-y^2)e^{x+y} + xe^{x^2+y^2}) dx dy =$$

5.A $2/(3e)$

$128/(3e)$ **5.B**

5.C $43/e$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.D**

6. Si considerino in \mathbf{R} le metriche $d_*(x, y) = |\arctan y - \arctan x|$ e $d(x, y) = |y - x|$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) (\mathbf{R}, d_*) non è completo.

(2) Queste due metriche sono equivalenti.

6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Entrambe. **6.B**

6.C Solo la seconda.

Solo la prima. **6.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 15/16 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: C A C B B D