Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 1

Matricola: | | | | | |

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7
Risposta:							

Per ognuna delle 7 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Il compito è sufficiente con 4 risposte esatte.

1. *La funzione* $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *è tale che il Problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = 3 \end{cases}$ *soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Globale. Si consideri ora il Problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \operatorname{sen} t \\ x(0) = 3 \end{cases}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono soddisfatte.*

(2) *Le ipotesi del Teorema di Cauchy Globale sono soddisfatte.*

1.A Solo la seconda. Solo la prima. **1.B**
1.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.D**

2. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \exp\left(-\left|2\arctan(xy^2)\right|\right)$.
2.A $\inf_{\mathbf{R}^2} f = 0$ f ha infiniti punti di massimo. **2.B**
2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta f ammette almeno un punto di minimo assoluto. **2.D**

3. *Al variare di* $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, *sia* $f_n(x) = 2x - \dfrac{x^n}{n}$. *Siano* f *e* g *i limiti puntuali di* f_n *e, rispettivamente,* f_n' *ove definiti. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $f, g \in \mathbf{C^0}([0,1];\mathbf{R})$

(2) $f_n \overset{u}{\to} f$ *su* $[0,1]$ *ma* f_n' *non converge uniformememnte a* g *su* $[0,1]$

3.A Solo la prima. Entrambe. **3.B**
3.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.D**

4. *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *definita da* $f(x,y) = x^2 + y^2 + e^{-1/(x^2+y^2)}$ *per* $(x,y) \neq (0,0)$ *e da* $f(0,0) = 0$. *Sia* C *la circonferenza di centro* $(4,3)$ *e raggio* 5. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f *ristretta a* C *ammette un unico punto di massimo.*

(2) f *ristretta a* C *ammette due punti di minimo distinti.*

4.A Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.B**
4.C Entrambe. Solo la prima. **4.D**

5. *Sia* $A = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : |y| \leq x^2 \text{ e } x \in [-\sqrt[7]{(\pi/2)}, \sqrt[7]{\pi}]\right\}$. *Allora*

$$\int\int_A \left(\cos x \operatorname{sen} y + y^2 (\operatorname{sen} x^7) + x^2 \arctan y\right) dxdy =$$

5.A $1/12$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.B**
5.C $\pi/10$ $2/21$ **5.D**

6. *Sia* $\varphi\colon I \to \mathbf{R}$ *la soluzione massimale del Problema di Cauchy* $\begin{cases} y' = (\arctan x)\, e^{-x} - y \\ y(0) = 0 \end{cases}$.

6.A $\lim_{x\to+\infty} \varphi(x) = 0$ $\lim_{x\to+\infty} \varphi(x) = +\infty$ **6.B**
6.C φ ha un asintoto verticale Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.D**

7. *Sia* (X,d) *uno spazio metrico e siano* A, B *sottoinsiemi di* X. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

$$(1) \qquad A \subseteq B \Rightarrow \overline{A} \subseteq \overline{B}.$$
$$(2) \qquad A \subseteq B \Leftrightarrow \partial A \subseteq \partial B.$$

7.A Solo la seconda. Solo la prima. **7.B**
7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. **7.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 13/14 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	B	C	D	D	A	B			