

Analisi Matematica 2

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 12/13 - Scritto n. 1

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8

Risposta:

Per ognuna delle 8 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata $-1/2$. Per ogni risposta non data $-1/4$.

1. Su $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x > 0\}$ è definita la funzione $f: A \rightarrow \mathbf{R}$ da $f(x, y) = -\ln x - \frac{y^2 + 4xy + 4}{4y}$. Sia S il segmento chiuso di estremi $(1/2, 3/2)$ e $(3/2, 1/2)$. La funzione f ristretta ad S

- 1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta
- 1.B Ammette due punti di minimo.
- 1.C Non ammette punti di minimo.
- 1.D Ammette un unico punto di massimo.

2. Siano (X, d) uno spazio metrico, A un sottoinsieme di X ed $f: A \rightarrow X$ una funzione. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) A è compatto e f continua $\Rightarrow f$ uniformemente continua
- (2) A chiuso e f uniformemente continua $\Rightarrow f$ Lipschitz

2.A Solo la seconda.

Entrambe. **2.B**

2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la prima. **2.D**

3. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^4$ data da $f(x, y) = (\sinh(x + 3y^2), \ln(3 + \cos xy), \exp(x \sin y), (\alpha - 3)\sqrt{|x + 1|})$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è differenziabile nell'origine $\Leftrightarrow \alpha = 3$.
- (2) $\forall \alpha \in \mathbf{R}$, f è differenziabile su \mathbf{R}^2 .

3.A Entrambe.

Solo la seconda. **3.B**

3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la prima. **3.D**

4. Siano u e v le soluzioni del Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{u} = v - u \\ \dot{v} = u - v \\ u(0) = 2 \\ v(0) = 1 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $u(1) + v(1) = 3$
 (2) $\lim_{t \rightarrow -\infty} u(t) = +\infty$

4.A Solo la prima.
 4.C Entrambe.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4.B
 Solo la seconda. 4.D

5. Sia $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = \frac{2^n x}{1 + n 2^n x^2}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f_n converge uniformemente sui compatti.
 (2) f_n converge puntualmente su \mathbf{R} .

5.A Solo la seconda.

Entrambe. 5.B

5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la prima. 5.D

6. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x) = \begin{cases} |4x - 2| & \text{se } x > 2 \\ \text{sen}(3|x| + 2) & \text{se } x \leq 2 \end{cases}$. Si consideri il problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(2) = -1 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è sublineare.
 (2) Le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono soddisfatte.

6.A Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.B

6.C Entrambe.

Solo la prima. 6.D

7. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 2 \\ x^2 \text{sen}^3 y + \arctan y & \text{se } x > 2 \end{cases}$ e siano $A = ([-2, 2] \times [-2, 2]) \setminus ([-1, 1] \times [-1, 1])$, $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \in [2, 4] \text{ e } y \in [24x - 4x^2 - 36, 4x^2 + 36 - 24x]\}$. $\int \int_{A \cup B} f(x, y) dx dy =$

7.A 20

7π - 2 7.B

7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

21 7.D

8. La funzione $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita in un intorno di $(0, 0)$, definendo una funzione $y = \varphi(x)$. Si consideri l'equazione $f(x, y^5) = 0$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $f(x, y^5) = 0$ soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita in un intorno di $(0, 0)$.
 (2) $f(x, y^5) = 0$ definisce implicitamente un'unica funzione continua $y = \psi(x)$.

8.A Entrambe.

Solo la seconda. 8.B

8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la prima. 8.D

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 12/13 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: D D C C A C A B