

**Analisi Matematica C**

**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Secondo Scritto**

Matricola: 

--	--	--	--	--

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta:								

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 4 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/2. Per ogni risposta non data -1/4.

1. Sia  $f_n(x) = \log_{1/2}(4n^2 + 3n|x| + 7) - \log_{1/2}(n^2 + 8 \arctan |nx|) - \sqrt[n]{n^2} + \left(1 - \frac{3}{n}\right)^n x$  definita per  $n \in \mathbf{N}$  e  $n > 3$ . Detti  $A$  l'insieme di convergenza puntuale di questa successione e  $f$  il limite puntuale, si ha:

- 1.A  $A = ]0, +\infty[$  e  $f(\sqrt{3}) = -3 + \sqrt{3}e^{-3}$  nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**  
 1.C  $A = ]0, +\infty[$  e  $f(\sqrt{3}) = -1 + \sqrt{3}e^{-3}$   $A = \mathbf{R}$  e  $f(\sqrt{3}) = -3 + \sqrt{3}e^{-3}$  **1.D**

2. Siano  $a_n, b_n$  due successioni in  $\mathbf{R}$  munito della usuale metrica euclidea. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se  $a_n$  e  $b_n$  sono entrambe di Cauchy e  $b_n \neq 0$  per ogni  $n \Rightarrow a_n/b_n$  è di Cauchy  
 (2) Se  $a_n$  e  $b_n$  sono entrambe di Cauchy  $\Rightarrow a_n b_n$  è di Cauchy

- 2.A solo la 1 nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.B**  
 2.C solo la 2 entrambe **2.D**

3. Il problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = 2x \cos^2 y \\ y(0) = 2\pi \end{cases}$

- 3.A ammette un'unica soluzione massimale definita su un intervallo del tipo  $]a, +\infty[$   
 3.B nessuna delle altre affermazioni è esatta  
 3.C ammette un'unica soluzione massimale definita su un intervallo limitato  
 3.D ammette un'unica soluzione massimale definita su un intervallo del tipo  $] -\infty, a[$

4. Data la successione  $f_n(x) = \left(e^{-x^4} + \arctan(\ln(n^3))\right)/n^2$ , per  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ , si consideri la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} f_n(x)$ .  
 Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Questa serie converge uniformemente su  $\mathbf{R}$   
 (2) Questa serie converge totalmente su ogni sottoinsieme compatto di  $\mathbf{R}$

- 4.A Solo la 1 nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.B**

4.C Entrambe

Solo la 2 4.D

5. Data la funzione  $f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\text{sen}(nx)}{e^{4n}}$ , si ha  $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x) dx =$

5.A  $\pi/(e^8 - 1)$

$\pi e^8/(e^8 - 1)$  5.B

5.C  $e^8/(e^8 - 1)$

nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.D

6. Sia  $y = y(x)$  la soluzione massimale di  $\begin{cases} y' = (y - 7 \text{sen } x)^2 + 7(1 + \cos x) \\ y(0) = 0 \end{cases}$ . Allora  $\lim_{x \rightarrow 0} \left| \frac{y(x)}{7x} \right| =$

6.A nessuna delle altre affermazioni è esatta

2 6.B

6.C 7

0 6.D

7. Sia  $(X, d)$  uno spazio metrico e sia  $A$  un sottoinsieme chiuso non vuoto di  $X$ . Sia  $f: X \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x) = \inf_{a \in A} d(x, a)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $f(x) = 0 \Rightarrow x \in A$

(2)  $x \in A \Rightarrow f(x) = 0$

7.A nessuna delle altre affermazioni è esatta

entrambe 7.B

7.C solo la 2

solo la 1 7.D

8. Sia  $A$  l'insieme di convergenza puntuale della serie  $\sum_{n=3}^{+\infty} \left[ \arctan \left( \frac{(e^{1/n^2} - 1) \text{sen}(1/n)}{\ln(1 + n^{-3})} \right) \right]^n (-2 + \ln x)^n$ . Allora

8.A  $\text{diam } A = \exp \left( 2 + \frac{4}{\pi} \right) - \exp \left( 2 - \frac{4}{\pi} \right)$

$+\infty$  8.B

8.C  $\pi/2$

nessuna delle altre affermazioni è esatta 8.D

**Analisi Matematica C**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Secondo Scritto**

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8

Compito A: D C B C A B B A