Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Quinto Scritto

Matricola: | | | | | |

Cognome:..Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta:										

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 3 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/4. Per ogni risposta non data 0.

1. *Sia* $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *una funzione Lipschitziana. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

$$(1) \qquad \forall \alpha \in \mathbf{R}\ \exists x_\alpha \in \mathbf{R} \textit{ unico tale che } x_\alpha = \alpha\, f(x_\alpha)$$
$$(2) \qquad \exists \alpha \in \mathbf{R} \textit{ per cui esiste un unico } x_\alpha \in \mathbf{R} \textit{ tale che } x_\alpha = \alpha\, f(x_\alpha)$$

1.A Solo la 1 — Entrambe **1.B**
1.C Solo la 2 — nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.D**

2. *Sia* $y = y(x)$ *la soluzione del problema di Cauchy*

$$\begin{cases} y' = (1 + 4y^2)x \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Allora il dominio massimale di $y(x)$ *è*
2.A $\mathbf{R}$ — $]-\sqrt{\pi/2}, \sqrt{\pi/2}[$ **2.B**
2.C $]-\infty, \sqrt{\pi/2}[$ — $]-\pi, \pi[$ **2.D**

3. *Sia* $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x, y) = (x^2+y^2-1)^2(\alpha^2-x^2-(y-2)^2)$ *con* $\alpha \in \mathbf{R}$. *Nessun punto della circonferenza di centro* $(0, 0)$ *e raggio* 1 *è di massimo locale per* f *se e solo se*
3.A $\forall \alpha$ — $|\alpha| > 3$ **3.B**
3.C nessuna delle altre affermazioni è esatta — $|\alpha| \geq 3$ **3.D**

4. *Sia* $x = \varphi(t)$ *la soluzione massimale di* $\begin{cases} \dot{x} = \operatorname{sen} t + t \operatorname{sen}(4x) \\ x(0) = 0 \end{cases}$. *Allora necessariamente*
4.A $\varphi''(0) = 1$ — nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.B**
4.C $\varphi''(0) = 0$ — $\varphi''(0) = 4$ **4.D**

5. *Sia $f \in \mathbf{C^1}(\mathbf{R};\mathbf{R})$ 2π-periodica tale che la sua serie di Fourier è della forma $\sum_{n=3}^{\infty} \alpha_n \operatorname{sen}(nx)$. Sia la serie di Fourier associata a f^3 della forma $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(nx) + b_n \operatorname{sen}(nx)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $b_n = \alpha_n^3$ *per ogni* n

(2) $a_n = 0$ *per ogni* n

5.A entrambe | solo la seconda **5.B**
5.C nessuna | solo la prima **5.D**

6. *Sia $f \in \mathbf{C^1}(\mathbf{R}^2;\mathbf{R}^2)$ tale che $f(3,1) = (0,0)$. In un intorno di $(3,1)$, Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\exists \alpha \in \mathbf{R}$, $x \to x + \alpha f(x)$ *soddisfa alle ipotesi del teorema della funzione inversa*

(2) $\forall \alpha \in \mathbf{R}$, $x \to x + \alpha f(x)$ *soddisfa alle ipotesi del teorema della funzione inversa*

6.A Entrambe | Solo la 1 **6.B**
6.C nessuna delle altre affermazioni è esatta | Solo la 2 **6.D**

7. *La distanza d_∞ tra $f, g \in \mathbf{C^0}(D;\mathbf{R})$ con D il cerchio (chiuso) di centro $(-1,0)$ e raggio 1 e $f(x,y) = 2x+2$ e $g(x,y) = 2y$ vale*
7.A 2 | nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.B**
7.C $+\infty$ | $2\sqrt{2}$ **7.D**

8. *Sia $f_n \colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ data da*

$$f_n(x) = \begin{cases} -nx & -\frac{1}{n^\alpha} < x \le 0 \\ 1 & -1 \le x \le -\frac{1}{n^\alpha} \end{cases}$$

con $\alpha > 0$, e sia f il suo limite puntuale. Allora
8.A $\forall \alpha$ la convergenza è uniforme
8.B per $\alpha > 1/2$ la convergenza non è uniforme ma vale il passaggio al limite sotto il segno d'integrale
8.C per $\alpha < 1/2$ la convergenza non è uniforme ma vale il passaggio al limite sotto il segno d'integrale
8.D per $\alpha \ge 1/2$ la convergenza non è uniforme ma vale il passaggio al limite sotto il segno d'integrale

9. *Sia $f(x,y) = \min\{y^2, x\}$. Allora $\int\int_{[0,1]\times[-1,1]} f(x,y)\,dx\,dy$ vale*
9.A 2/3 | 6/5 **9.B**
9.C 7/15 | nessuna delle altre affermazioni è esatta **9.D**

10. *Sia $f \in \mathbf{C^2}(\mathbf{R}^2;\mathbf{R})$ tale che $f(1,2) = 0$ e si consideri un intorno di $(1,2)$, Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\forall \alpha \in \mathbf{R}$, $x + \alpha f(x,y) + y - 3 = 0$ *soddisfa alle ipotesi del teorema della funzione implicita*

(2) $\exists \alpha \in \mathbf{R}$, $x + \alpha f(x,y) + y - 3 = 0$ *soddisfa alle ipotesi del teorema della funzione implicita*

10.A Solo la 1 | Entrambe **10.B**
10.C nessuna delle altre affermazioni è esatta | Solo la 2 **10.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Quinto Scritto

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	B	D	A	B	B	D	B	C	D