

**Analisi Matematica 2**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Quarto Scritto**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 3 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/4. Per ogni risposta non data 0.

1. L'integrale doppio  $\int \int_T (x^3 e^{y^2} + x^2 y) dx dy$  sulla regione limitata  $T$  del piano determinata dalle curve  $y = x^2$  e  $y = x^4$  vale  
**1.A**  $1/11 - 1/7$  nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**  
**1.C** 0  $1/7 - 1/11$  **1.D**

2. Sia  $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : (x - 2)^2 + y^2 = 1\}$  e sia  $f: C \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \frac{y^2}{x}$ . Allora il massimo di  $f$  vale  
**2.A**  $1/2$   $4 + \sqrt{3}$  **2.B**  
**2.C**  $4 - 2\sqrt{3}$  nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.D**

3. Sia  $f \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R}^2)$  tale che  $f(4, \pi) = (\pi, 1/4)$  e  $Df(4, \pi) = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $f$  è localmente invertibile in un intorno di  $(4, \pi)$

(2)  $Df^{-1}(\pi, 1/4) = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

**3.A** Solo la 1 nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.B**  
**3.C** Solo la 2 Entrambe **3.D**

4. Siano  $f \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$  e  $u \equiv \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$ ,  $v \equiv \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$ . Le derivate direzionali di  $f$  in  $(3, 4)$  nelle direzioni  $u$  e  $v$  valgono  $D_u f(3, 4) = 3$  e  $D_v f(3, 4) = 4$ . Allora  $\frac{\partial f}{\partial x}(3, 4)$

**4.A** nessuna delle altre affermazioni è esatta 0 **4.B**  
**4.C** 7  $7/\sqrt{2}$  **4.D**

5. Sia  $Q$  il quadrato di vertici  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(1, 1)$  e  $(0, 1)$  e sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  di classe  $\mathbf{C}^1$  tale che la sua restrizione a  $\partial Q$  valga 0 e  $f$  non sia costante su  $Q$ . Se  $(x_0, y_0) \in \overset{\circ}{Q}$  è l'unico punto critico di  $f$  su  $\overset{\circ}{Q}$ , allora  
**5.A** è un massimo non è una sella **5.B**

5.C è un minimo nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.D

6. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione  $2\pi$ -periodica data da  $f(x) = x^7 + \sin^3 x + \cos(27x) + e^x$  per  $x \in [-\pi, \pi[$ . Allora il coefficiente  $a_{27}$  del suo sviluppo in serie di Fourier vale

6.A 1  $\frac{-1}{27^2+1} \left( \frac{e^\pi - e^{-\pi}}{\pi} \right)$  6.B

6.C  $1 - \frac{1}{27^2+1} \left( \frac{e^\pi - e^{-\pi}}{\pi} \right)$   $1 - \frac{e^\pi - e^{-\pi}}{\pi}$  6.D

7. Si consideri lo spazio metrico  $\mathbf{C}^0([0, 1]; \mathbf{R})$  con la distanza  $d_\infty$ . Sia  $f_n(x) = x^{2^n}$ . Allora  $\lim_{n \rightarrow +\infty} d_\infty(f_n, 0) =$

7.A  $+\infty$  nessuna delle altre affermazioni è esatta 7.B

7.C 0 Non esiste 7.D

8. Sia  $x = x(t)$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{x} = \min\{x, 2\} \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

Allora per  $t > 8$  si ha

8.A  $x(t) = 2t + 1$   $x(t) = 2(t - \ln 2) + 2$  8.B

8.C  $x(t) = e^t$  nessuna delle altre affermazioni è esatta 8.D

9. Sia  $f_n: ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = \frac{1}{x} e^{\ln(x + \frac{1}{n})}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $f_n$  non converge uniformemente su  $]0, +\infty[$

(2)  $f_n$  converge puntualmente su  $]0, +\infty[$

9.A solo la seconda solo la prima 9.B

9.C nessuna delle altre affermazioni è esatta entrambe 9.D

10. Si consideri la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left( 1 + \sin \frac{2x - n\pi}{2n} \right)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) La serie converge uniformemente su ogni compatto di  $\mathbf{R}$

(2) La serie converge puntualmente su  $\mathbf{R}$

10.A Solo la 1 nessuna delle altre affermazioni è esatta 10.B

10.C Entrambe Solo la 2 10.D

Analisi Matematica 2  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Quarto Scritto

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	C	D	D	B	C	B	B	D	C