Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Secondo Scritto

Matricola: | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta:										

Per ognuna delle 10 domande sono suggerite 4 risposte. Una sola è esatta. Per ogni risposta esatta, vengono assegnati 3 punti. Per ogni risposta sbagliata -1/4. Per ogni risposta non data 0.

1. *Date* $f, g \colon \mathbf{R} \times \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^n$, *i problemi di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = f(t,x) \\ x(0) = 3 \end{cases}$ *e* $\begin{cases} \dot{x} = g(t,x) \\ x(0) = 3 \end{cases}$ *soddisfano alle ipotesi dei teoremi di Cauchy locale e globale. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\begin{cases} \dot{x} = f(t,x) + g(t,x) \\ x(0) = 3 \end{cases}$ *soddisfa alle ipotesi del teorema di Cauchy locale*

(2) $\begin{cases} \dot{x} = f(t,x) + g(t,x) \\ x(0) = 3 \end{cases}$ *soddisfa alle ipotesi del teorema di Cauchy globale*

1.A Solo la 2 — Solo la 1 **1.B**
1.C nessuna delle altre affermazioni è esatta — Entrambe **1.D**

2. *Sia* $f \colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *una funzione con costante di Lipschitz* 3. *Necessariamente, la serie* $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \big(f(2x) - f(x)\big)^n$

2.A converge puntualmente su ogni compatto di $\mathbf{R}$
2.B converge puntualmente su $\left]-1/3, 1/3\right[$
2.C converge puntualmente su $\mathbf{R}^+$
2.D nessuna delle altre affermazioni è esatta

3. *Siano* $\alpha \in \mathbf{R}$ *e* $f_\alpha \colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *la funzione* 2π*-periodica data da*

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} 1 & -\pi < x < 0 \\ 2\alpha & x = 0 \\ 3 & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

Allora la serie di Fourier associata a f_α *converge puntualmente su* $\mathbf{R}$

3.A se e solo se $1/2 \leq \alpha \leq 3/2$ — per nessun α **3.B**
3.C $\forall \alpha$ — nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.D**

4. *Data una funzione* $\varphi \in \mathbf{C^0}(\mathbf{R};\mathbf{R})$, *sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \int_x^y \varphi(t)\,dt$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f *è localmente Lipschitz*

(2) $f \in \mathbf{C^1}(\mathbf{R}^2;\mathbf{R})$

4.A entrambe — Solo la 1 **4.B**

4.C nessuna delle altre affermazioni è esatta — Solo la 2 **4.D**

5. *L'integrale doppio di* $f(x,y) = x \operatorname{sen} \sqrt{x^2+y^2}$ *su* $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2+y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ *vale*

5.A $\cos 1 + 2 \operatorname{sen} 1 - 2$ — $1/(3 \operatorname{sen} 1)$ **5.B**

5.C $-1 + \operatorname{sen} 1$ — $\cos 1$ **5.D**

6. *Il punto* $(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$ *è per la funzione* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = (x^2+y^2-1)^5(y+x-\sqrt{2})$

6.A un massimo locale — non è stazionario **6.B**

6.C un minimo locale — una sella **6.D**

7. *Sia* $f \in \mathbf{C^1}(\mathbf{R}^3;\mathbf{R}^2)$ *tale che* $f(1,2,3) = (0,0)$ *e* $Df(1,2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 6 \end{bmatrix}$. *Si applichi, se possibile, il teorema della funzione implicita in un intorno di* $\big((1,2,3),(0,0)\big)$ *all'equazione* $f(x,y,z) = (0,0)$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Esiste una funzione* $(x,z) = \varphi(y)$ *definita da* $f(x,y,z) = (0,0)$.

(2) *Esiste una funzione* $(y,z) = \varphi(x)$ *definita da* $f(x,y,z) = (0,0)$.

7.A Entrambe — Solo la 2 **7.B**

7.C Solo la 1 — nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.D**

8. *Siano* (X,d) *uno spazio metrico,* A *un sottoinsieme chiuso non vuoto di* X *e* $f\colon X \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x) = \inf_{a \in A \setminus \{x\}} d(x,a)$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $x \in A \Rightarrow f(x) = 0$

(2) $f(x) = 0 \Rightarrow x \in A$

8.A Solo la 2 — nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.B**

8.C Solo la 1 — entrambe **8.D**

9. *Sia* $g \in C^0(\mathbf{R})$ *tale che* $\|g\|_\infty \leq 1$. *Allora la successione* $f_n(x) = (x^2+2)^{-n} g(n^3 - x)$

9.A converge uniformemente solo sui compatti di $\mathbf{R}$ — converge punt. ma non unif. su $\mathbf{R}$ **9.B**

9.C nessuna delle altre affermazioni è esatta — converge uniformemente su $\mathbf{R}$ **9.D**

10. *Data la funzione* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = x^2 e^{-(x+y)^2}$ *allora*

10.A $\inf_{\mathbf{R}^2} f > 0$ e $\sup_{\mathbf{R}^2} f = +\infty$ — $\inf_{\mathbf{R}^2} f = 0$ e $\sup_{\mathbf{R}^2} f < +\infty$ **10.B**

10.C $\inf_{\mathbf{R}^2} f > 0$ e $\sup_{\mathbf{R}^2} f < +\infty$ — $\inf_{\mathbf{R}^2} f = 0$ e $\sup_{\mathbf{R}^2} f = +\infty$ **10.D**

Analisi Matematica 2
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 08/09 - Secondo Scritto

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	B	C	A	A	D	C	A	D	D